

QA
408
A6

UC-NRLF



\$C 167 215



SECHSSTELLIGE TAFELN
DER
BESSEL'SCHEN FUNKTIONEN
IMAGINÄREN ARGUMENTES

VON

PROF. DR. E. ANDING

DIREKTOR DER HERZOGLICHEN STERNWARTE ZU GOTHA

UNIV. OF
CALIFORNIA

LEIPZIG
VERLAG VON WILHELM ENGELMANN

1911

Q A408
A6

ALLE RECHTE, AUCH DER HERAUSGABE IN ANDERER SPRACHE, VORBEHALTEN.

COPYRIGHT 1911 BY WILHELM ENGELMANN, LEIPZIG.

TO VIRU
AMROFLAD

Inhalt.

Vorbemerkung	Seite IV
I. Allgemeines	1
II. L_0 und L_1 unterhalb $x = 10$	8
III. L_0 oberhalb $x = 10$	10
IV. L_1 „ $x = 10$	19
V. Anordnung, Abstufung und Genauigkeit	24

Tafeln.

$\log L_0(x)$ und $\log \frac{1}{x} L_1(x)$

in Intervallen = 0.01 von $x = 0$ bis $x = 10$	28
--	----

	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	
in Intervallen = 0.1 von $x = 10$ bis $x = 50$					45
„ „ = 1 „ $x = 50$ „ $x = 200$					59
„ „ = 10 „ $x = 200$ „ $x = 1\,000$					65
„ „ = 100 „ $x = 1\,000$ „ $x = 5\,000$					68
„ „ = 1\,000 „ $x = 5\,000$ „ $x = 20\,000$					70
„ „ = 10\,000 „ $x = 20\,000$ „ $x = 200\,000$					71
„ „ = 100\,000 „ $x = 200\,000$ „ $x = 1\,000\,000$					72
Unbeschränkt.					72

Vorbemerkung.

Über die Veranlassung, die Entstehung, den Zweck und die Genauigkeit dieser Tafeln gibt der Text selbst Auskunft, nämlich S. 7, S. 9 vorletzter Absatz, S. 12 erster Absatz, S. 25, 26.

Öffentlicher Dank gebührt Herrn Offiziant HESSELBARTH in München, der bei den Zahlenrechnungen ausgiebig mitgewirkt hat, und Herrn Kapitänleutnant SCHADE in Gotha, der mich beim Korrekturenlesen wirksam unterstützt hat.

Hinzuzufügen ist noch, daß im Gebiet $x > 10$ bei den Kolumnen $\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$ und $\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$, welche aus der Reihensummierung hervorgegangen sind, der letzten Dezimale, wenn sie = 5 ist, das Zeichen + oder — angehängt wurde, um anzudeuten, daß man bei einer Abkürzung auf 5 Dezimalen nach oben oder nach unten abzurunden hätte. Ist das Zeichen 0 angehängt, so ist die Abrundung gleichgültig.

Gotha, Mai 1911.

Der Verfasser.

I. Allgemeines.

1.

Denkt man sich die Verteilungsfunktion (der Beobachtungsfehler, der Geschwindigkeiten, oder irgend welcher Größen)

$$e^{-\frac{\mathcal{A}^2}{\epsilon^2}} \quad 1)$$

durch Rotation um die Ordinatenachse über eine Ebene hin ausgebreitet, so daß \mathcal{A} den Radiusvektor vom Mittelpunkt der Funktion nach einem beliebigen Punkt der Ebene bezeichnet, so kann die Aufgabe entstehen, diese Funktion längs irgend einer Kreisperipherie zu integrieren, welche gegen die Funktion exzentrisch gelegen ist.

Vom Zentrum dieser Kreisperipherie habe der Mittelpunkt der Funktion die Entfernung ϱ_0 , während einem beliebigen Punkt der Ebene gegen dasselbe Zentrum die Entfernung ϱ' zukommen möge. Nennt man noch ϑ den Winkel zwischen ϱ_0 und ϱ' , so schreibt sich die Verteilungsfunktion 1) in bezug auf das Zentrum der Kreisperipherie als Anfangspunkt der Koordinaten folgendermaßen:

$$\frac{1}{\epsilon^2 \pi} e^{-\frac{1}{\epsilon^2} (\varrho_0^2 + \varrho'^2 - 2\varrho_0 \varrho' \cos \vartheta)} \varrho' d\varrho' d\vartheta, \quad 2)$$

wo der konstante Faktor so gewählt ist, daß das Integral, wenn es auf die ganze Ebene ausgedehnt wird, den Wert 1 erhält.

Die Aufgabe kommt dann, unter der Bezeichnung

$$x = \frac{2\varrho_0 \varrho'}{\epsilon^2},$$

darauf hinaus, das Integral zu berechnen:

$$L_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} d\vartheta. \quad 3)$$

Sucht man überdies den Schwerpunkt von allen Häufigkeitswerten 2), so hat man unter dem Integralzeichen mit $\varrho' \cos \vartheta$ zu multiplizieren, und man kommt auf das Integral

$$L_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} \cos \vartheta d\vartheta. \quad 4)$$

geben durch dieselben zwei Substitutionen

$$J_n(\sqrt{-1}x) = \sqrt{-1} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos \vartheta} \cos n\vartheta d\vartheta = \sqrt{-1} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{\pi} \int_0^{\pi} e^{x \cos \vartheta} \cos n\vartheta d\vartheta. \quad c)$$

Beide Formeln, b) und c), vereinigen sich aber in

$$J_n(\sqrt{-1}x) = \sqrt{-1} \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{x \cos \vartheta} \cos n\vartheta d\vartheta$$

oder

$$L_n(x) = \frac{1}{\sqrt{-1}^n} \cdot J_n(\sqrt{-1}x), \quad 6)$$

womit die Behauptung bewiesen, und der konstante Faktor gefunden ist.

3.

Wegen dieses Zusammenhanges mit den BESSEL'schen Funktionen müssen sich alle $L_n(x)$ auf die zwei ersten, nämlich auf $L_0(x)$ und $L_1(x)$ reduzieren lassen.

In der Tat, integriert man 5) partiell:

$$L_n(x) = \frac{x}{n\pi} \int_0^{\pi} e^{x \cos \vartheta} \sin \vartheta \sin n\vartheta d\vartheta,$$

so entsteht die Rekursionsformel:

$$n L_n(x) = \frac{x}{2} (L_{n-1}(x) - L_{n+1}(x)). \quad 7)$$

Man wird sie — wie bei den J reellen Argumentes — so anwenden, daß man

$$p_x = \frac{L_x}{L_{x-1}}$$

setzt und dann mittels

$$p_x = \frac{1}{\frac{2x}{x} + p_{x+1}} \quad 8)$$

die p mit dem niederen Index aus denen mit dem höheren Index berechnet. Dann ist

$$L_n(x) = L_0(x) \cdot p_1 p_2 p_3 \cdots p_n. \quad 9)$$

Um nun mit p_n zu beginnen, wird man ebenfalls mit einem höheren $p_{n+\nu}$ anfangen und ebenso rechnen müssen:

$$p_{n+\nu} = \frac{1}{\frac{2(n+\nu)}{x} + p_{n+\nu+1}} \cdots p_n = \frac{1}{\frac{2n}{x} + p_{n+1}}.$$

Es handelt sich mithin noch um den Ausgangswert $p_{n+\nu+1}$.

4.

Ist x eine kleine Zahl, etwa 1, 2, 3, so wird

$$a = \frac{2(n+r)}{x}$$

hinreichend groß sein, um $p_{n+r+1} = 0$ als Näherungswert verwenden zu können. Denn ein Fehler in p_{n+r+1} — hier zunächst der ganze Betrag — geht erst mit dem Faktor

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2$$

in den Wert von p_{n+r} ein, usw. Hiernach kann man im gegebenen Fall leicht bemessen, mit welchem r anzufangen ist, wenn p_n und mithin auch alle p_{n-1}, \dots eine vorgeschriebene Genauigkeit erreichen sollen.

Ist x größer, etwa 10, so müßte man r beträchtlich höher wählen. Diese Mehrarbeit abzukürzen, setzt man aber nicht mehr $p_{n+r+1} = 0$, sondern man zieht Nutzen davon, daß

$$a = \frac{2(n+r)}{x}, \quad \frac{2(n+r+1)}{x}, \quad \dots$$

nicht stark voneinander verschieden sein werden. Aus

$$p_{n+r+1} = \frac{1}{\frac{2(n+r+1)}{x}} + \frac{1}{\frac{2(n+r+1)}{x} + \frac{1}{\frac{2(n+r+1)}{x}} + \dots}$$

folgt aber

$$p_{n+r+1} = \sqrt{\left(\frac{n+r+1}{x}\right)^2 + 1} - \frac{n+r+1}{x}, \quad 10)$$

so daß sich der Ausgangswert ergibt aus

$\frac{2(n+r+1)}{x}$	p_{n+r+1}	$\frac{2(n+r+1)}{x}$	p_{n+r+1}
0.5	0.7808	5.0	0.1926
1.0	0.6180	6.0	0.1623
1.5	0.5000	7.0	0.1401
2.0	0.4142	8.0	0.1231
3.0	0.3028	9.0	0.1098
4.0	0.2361	10.0	0.0990

Ist x noch größer, etwa 100, so wird man ebenso verfahren können; aber wenn dann

$$\frac{2(n+r+1)}{x}$$

erheblich kleiner als 1 ist, so leitet man den Ausgangswert besser auf dem umgekehrten Wege ab. Setzt man nämlich

$$p_1 = 1 - \varepsilon,$$

so ist, wie wir sehen werden, nahezu

$$\varepsilon = \frac{1}{2x}.$$

Wenn man nun das Quadrat dieser Größe vernachlässigt, sonst aber erst

$$\left(\frac{2}{x}\right)^3, \quad \left(\frac{4}{x}\right)^3, \quad \left(\frac{6}{x}\right)^3, \quad \dots$$

wegläßt, so erhält man durch fortgesetzte Anwendung der Formel

$$p_{x+1} = \frac{1}{p_x} - \frac{2x}{x}, \quad (11)$$

welche durch Umkehrung von 8) entsteht, der Reihe nach:

$$p_2 = 1 + \varepsilon - \frac{2}{x}$$

$$p_3 = 1 - \varepsilon - \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2$$

$$p_4 = 1 + \varepsilon - \frac{4}{x}$$

$$p_5 = 1 - \varepsilon - \frac{4}{x} + \left(\frac{4}{x}\right)^2$$

und allgemein:

$$\left. \begin{aligned} p_{2x} &= 1 + \frac{1}{2x} - \frac{2x}{x} \\ p_{2x+1} &= 1 - \frac{1}{2x} - \frac{2x}{x} + \left(\frac{2x}{x}\right)^2 \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Einen dieser zwei Werte also faßt man auf als das $p_{n+\nu+1}$ und rechnet dann wie früher nach 8) vom höheren zum niederen Index.

Ist aber speziell bei solchen großen x der Wert

$$\frac{2n}{x}$$

nicht weit von 0 entfernt, so wird man den soeben zur Aufsuchung des Näherungswertes benutzten Weg jetzt zur Rechnung selbst verwenden, indem man nach der Formel 11) streng vom niederen zum höheren Index fortschreitet, nachdem man von einem p_1 ausgegangen ist, das man aus den Tafeln durch Division von L_1 durch L_0 gebildet hat. — Weit darf man auf diesem Wege nicht fortschreiten, weil die p sukzessiv ungenauer werden. Braucht man aber L_n nur auf vier Dezimalen, so kommt es dem Verfahren zustatten, daß p_1 sechstellig aus den nachfolgenden Tafeln entnommen werden kann.

5.

Als Beispiel sei zu berechnen $L_5(10)$. Um die Abweichungen schärfer hervortreten zu lassen, soll sechstellig gerechnet werden.

Jenachdem man von p_{11} oder von p_{10} ausgeht, gibt das Täfelchen S. 4:

$$\begin{array}{llll} \frac{2 \cdot 11}{10} & p_{11} & \frac{2 \cdot 10}{10} & p_{10} \\ = 2.2 & \text{etwa} = 0.39 & = 2.0 & \text{etwa} = 0.41 . \end{array}$$

Dann folgt nach 8):

$$\begin{array}{ll} p_{10} = 0.418410 & \\ p_9 = 0.450773 & p_9 = 0.452489 \\ p_8 = 0.487621 & p_8 = 0.487213 \\ p_7 = 0.529768 & p_7 = 0.529881 \\ p_6 = 0.578112 & p_6 = 0.578075 \\ p_5 = 0.633669 & p_5 = 0.633683 . \end{array}$$

Hier steht man an der Stelle, von welcher die Zahlen wirklich gebraucht werden. Schreibt man die Logarithmen hin und fügt der Vergleichung halber nun auch eine dritte Kolumne hinzu, welche auf dem umgekehrten Wege mit der Formel 11) berechnet ist, nachdem man mittels der Tafelwerte

$$\begin{array}{l} \log L_0(10) = 3.449589 \\ \log L_1(10) = 3.426672 \end{array}$$

einen Ausgangswert gebildet hat, nämlich

$$\log p_1 = 9.977083 ,$$

so folgt:

$$\begin{array}{lll} \log p_5 = 9.801862 & \downarrow & 9.801872 & \downarrow & 9.801856 \\ \log p_4 = 9.843551 & \downarrow & 9.843547 & \downarrow & 9.843554 \\ \log p_3 = 9.886889 & \downarrow & 9.886891 & \downarrow & 9.886888 \\ \log p_2 = 9.931551 & & 9.931550 & & 9.931552 \\ \log p_1 = 9.977084 & & 9.977084 & & 9.977083 \\ \log L_0 = 3.449589 & & 3.449589 & & 3.449589 \\ \hline \log L_5 = 2.890526 & & 2.890533 & & 2.890522 \\ L_5(10) = 777.188 & & 777.200 & & 777.180 . \end{array}$$

Die erste Rechnung ist als streng zu betrachten; die zweite zeigt die Wirkung einer unzureichenden Ausgangsnäherung; das dritte, umgekehrte Verfahren aber würde man bei $x = 10$ noch nicht anwenden.

6.

Von jetzt ab handelt es sich um die Berechnung von L_0 und L_1 .

Diese Zahlen wurden bei einer stellarastronomischen Untersuchung des Verfassers¹⁾ auf vier Dezimalen gebraucht. Damit aber die Tafeln möglichst nahe in dem Sinne exakt wären, wie man es bei einer Logarithmentafel annimmt, wurde die Rechnung sechstellig geführt. Doch zeigte sich, daß es dann nicht ökonomisch gewesen wäre, diese Mehrarbeit, nachdem sie einmal vorlag, verloren gehen zu lassen: denn durch geeignete Korrekturen ließ sich erreichen, daß die Tafeln in der sechsten Stelle auf vielleicht eine Einheit als richtig zu betrachten waren. Im späteren Teil ($x > 10$) ist die Genauigkeit eine größere.

Die Tafeln sollen daher gewissermaßen einen Thesaurus bilden, welcher sich möglichst nahe an die Rechnungsergebnisse selbst anschließt, und welcher das Material darlegen soll, aus dem man durch Umformung der Resultate oder durch Abkürzung der Dezimalenzahl oder durch andere Abstufung der Intervalle oder sonstwie diejenigen Tafeln herstellen kann, welche den Ursprung der Zahlen außer acht lassen dürfen, dafür aber bestimmten praktischen Zwecken angepaßt sind.

1) Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum. Zweiter Abschnitt. Leipzig 1910. Kapitel VII.

II. L_0 und L_1 für x kleiner als 10.

1.

Solange x klein ist, wird man L_0 und L_1 kaum einfacher berechnen können, als durch die Reihen, die man aus

$$L_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} d\vartheta \quad L_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} \cos \vartheta d\vartheta$$

durch Entwickeln der Exponentialgröße erhält:

$$L_0(x) = 1 + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2 4^2} + \frac{x^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \quad 1)$$

$$L_1(x) = \frac{x}{2} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{3} \frac{x^4}{2^2 4^2} + \frac{1}{4} \frac{x^6}{2^2 4^2 6^2} + \dots \right]. \quad 2)$$

Die Koeffizienten waren für 1) wie für 2) mit der sechsstelligen Tafel sorgfältig berechnet worden. Die Summe der Numeri der Glieder erschien dann in mindestens 7 Dezimalen. Hiervon wurde, wieder mit der sechsstelligen Tafel, der Logarithmus aufgeschlagen und dabei die Abrundung so gewählt, wie es der Verlauf der Differenzen der Numeri forderte.

In L_1 wurde der Faktor x , oder vielmehr ein Glied $\log x$, nicht aufgenommen, weil sonst die Differenzen unbequem groß geworden wären. Dagegen ist der Nenner 2 berücksichtigt worden, zumal da wegen der Nullen in der siebenten und achten Dezimale von $\log 2$ die Abrundung nicht alteriert wird.

2.

Auch die $\log x$ waren sechsstellig hingeschrieben. Nachdem dann aber beschlossen war, die Tafel selbst sechsstellig zu geben, mußte die siebente Dezimale von $\log x$ durch das Potenzieren zur Wirkung gelangen.

Aus

$$L_0 = 1 + [9.3979] \cdot x^2 + [8.1938] \cdot x^4 + [6.6375] \cdot x^6 + \dots$$

oder

$$\mathcal{A}L_0 = (2 \cdot [9.3979] \cdot x + 4 \cdot [8.1938] \cdot x^3 + 6 \cdot [6.6375] \cdot x^5 + \dots) \mathcal{A}x$$

folgt aber wegen

$$\mathcal{A}x = \frac{1}{\log e} x \mathcal{A} \log \text{brigg } x$$

die Verbesserung

$$\Delta L_0 = ([0.0611] \cdot x^2 + [9.1581] \cdot x^4 + [7.7779] \cdot x^6 + \dots) \Delta \log \text{brigg } x \quad 3)$$

und ebenso

$$\Delta \left(\frac{2}{x} L_1 \right) = ([9.7601] \cdot x^2 + [8.6810] \cdot x^4 + [7.1758] \cdot x^6 + \dots) \Delta \log \text{brigg } x. \quad 4)$$

Für jedes einzelne Glied von 3) und 4) wurde ein Täfelchen hergestellt, ferner aus einer Vergleichung der sechsstelligen mit der siebenstelligen Tafel die Ziffer $\Delta \log \text{brigg } x$ entnommen und dann die Verbesserung jedem berechneten Einzelgliede von 1) und 2) hinzugefügt.

Man hätte zwar 3) und 4) auch generell berechnen können: so aber wurde die Differenzenkontrolle der Einzelglieder von 1) und 2) gesichert.

3.

Die Rechnung nach 1) und 2) wird um so beschwerlicher, je größer x wird.

Dieses Verhalten besteht auch bei den reellen BESSEL'schen Funktionen. Daher hat POISSON¹⁾ für $J_0(x)$ eine halbkongvergente Reihe, die nach fallenden Potenzen von x fortschreitet, abgeleitet, ohne jedoch ihren Rest zu bestimmen; dieselbe Entwicklung hat für J_0 und J_1 unabhängig davon auch HANSEN²⁾ gegeben. LIPSCHITZ³⁾ endlich hat gezeigt, daß der Fehler stets kleiner ist als das letzte mitgenommene Glied.

Die fallenden Reihen für L_0 und L_1 hat der Verfasser an anderer Stelle⁴⁾ schon angegeben. Da die Vorzeichen nicht abwechseln, wie bei den reellen J , so kann man sie nicht als eigentlich halbkongvergent bezeichnen, obzwar die Glieder ebenfalls bis zu einer gewissen Stelle abnehmen. Das Restglied von LIPSCHITZ aber läßt sich nicht auf unseren Fall brauchbar übertragen.

Hierdurch sind die nachstehenden Untersuchungen veranlaßt, durch welche der Fehler auf einen Spielraum eingegrenzt wird, der praktisch verschwindend klein ist.

Da diese Reihen, im Gegensatz zu 1) und 2), mit wachsendem x immer bequemer werden, so wäre der rechnerische Arbeitsaufwand am kleinsten gewesen, wenn die Trennungsstelle der beiden Methoden so gelegt worden wäre, daß man dort nach steigenden und hier nach fallenden Potenzen die gleiche Gliederzahl nötig gehabt hätte. Da jedoch während des ersten Teiles der Rechnung die Restbetrachtung in ihrer jetzigen Einfachheit noch nicht vorlag, so wurde die Rechnung nach dem ersten Verfahren bis zu $x = 10$ geführt; und diese Grenze wurde, der runden Zahl zuliebe, auch in der Anordnung der Resultate nachstehend festgehalten.

1) Journal de l'école polytechnique, Cahier 19.

2) Ermittlung der absoluten Störungen in Ellipsen von beliebiger Exzentrizität und Neigung.

3) Crelles Journal, Bd. 56.

4) Kritische Untersuchungen . . . , zweiter Abschnitt, Kapitel VI.

III. L_0 oberhalb $x = 10$.

1.

Um $L_0(x)$ in eine Reihe zu verwandeln, die bei großen x zur numerischen Rechnung besonders geeignet sein soll, gehen wir wieder von der Integralform aus

$$L_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{x \cos \vartheta} d\vartheta. \quad 1)$$

Substituiert man

$$\cos \vartheta = 1 - 2z^2,$$

so wird

$$L_0(x) = \frac{2e^x}{\pi} \int_0^1 \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}} dz. \quad 2)$$

Da der Nenner für $z = 1$ den Wert 0 annimmt, so zerlegen wir das Integral in zwei Teile:

$$L_0(x) = \frac{2e^x}{\pi} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}} dz + \frac{2e^x}{\pi} \int_{z_1}^1 \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}} dz,$$

indem wir uns die genauere Wahl der Zwischengrenze z_1 noch vorbehalten, und führen im zweiten Integral durch

$$u^2 = 1 - z^2$$

eine neue Variable ein. Setzt man auch

$$u_1^2 = 1 - z_1^2, \quad 3)$$

so kann man schreiben:

$$L_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}} dz + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{u_1} \frac{e^{+2xu^2}}{\sqrt{1-u^2}} du \right). \quad 4)$$

Was zunächst die Größenordnung des ersten Klammergliedes betrifft, so nimmt der Nenner nicht mehr den Wert 0 an; vielmehr werden diejenigen Integrationselemente, in denen der Nenner stärker von der Einheit abweicht, wegen des großen x durch den Zähler sehr stark niedergedrückt. Darf man aber zur Feststellung der Größenordnung den Nenner durch die Einheit ersetzen, so darf man statt z_1 auch ∞ schreiben; dann aber bleibt:

$$\sqrt{2x} \int_0^{\infty} e^{-2xz^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Mithin ist das erste Glied der Klammer von der Ordnung der Einheit.

Wenn wir daher bei der genaueren Berechnung der Klammer 4) kleine Größen additiv abtrennen werden, so wird der numerische Wert einer solchen Korrektur zugleich ihren verhältnismäßigen Wert angeben.

2.

Als eine solche Ergänzung ist in der Klammer 4) zunächst das zweite Glied selbst zu betrachten:

$$S_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{u_1} \frac{e^{2xu^2}}{\sqrt{1-u^2}} du. \quad (5)$$

Entwickelt man den Nenner und in jedem Glied wieder den Zähler, und integriert man, indem man setzt:

$$v_1^2 = 2xu_1^2, \quad (6)$$

so wird

$$S_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot v_1 (E_0 + E'_0 \cdot u_1^2 + E''_0 \cdot u_1^4 + \dots), \quad (7)$$

wobei

$$\begin{aligned} E_0 &= 1 + \frac{1}{3} \frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{5} \frac{v_1^4}{1 \cdot 2} + \dots \\ E'_0 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{7} \frac{v_1^4}{1 \cdot 2} + \dots \right) < E_0 \\ E''_0 &= \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \frac{v_1^2}{2} + \frac{1}{9} \frac{v_1^4}{1 \cdot 2} + \dots \right) < E_0. \end{aligned}$$

Auf alle Fälle soll nun x mindestens = 10 sein. Hat man dann — vgl. Art. 1 — die Zwischengrenze z_1 so gewählt, daß nach 3) und 6) v_1 von der Größenordnung wie die Einheit wird, so sind in 7) die nachfolgenden Glieder von höherer Ordnung als das erste, wenn man 1:20 als eine Größe erster Ordnung auffaßt. Mithin ist

$$S_0 \text{ von der Ordnung wie } \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot v_1 E_0(v_1) \cdot e^{-2x}. \quad (8)'$$

Hiervon unterscheiden wir zunächst noch den speziellen Fall, daß v_1 direkt = 1 gewählt war. Dann ist

$$E_0(1) = 1.4627$$

und mithin

$$S_0 \text{ von der Ordnung wie } 1.6504 \cdot e^{-2x}. \quad (8)$$

Nun sind die nachfolgenden Tafeln, welche den Wert der Klammer von 4) auf sechs Dezimalen hinter dem Komma angeben, so berechnet worden, daß eine Einheit der siebenten Dezimale (oder wegen der Abrundung eine halbe Einheit) mitgenommen wurde. Für $x > 10$ wird aber nach 8)

$$S_0 < 0.000\,000\,003\,402 \quad 8)_a$$

und mithin darf das zweite Glied von 4) aus unserer Betrachtung ausscheiden.

3.

Im ersten Glied der Klammer von 4) entwickeln wir den Nenner bis zur Potenz $2n$, deren spezielle Wahl wir uns noch vorbehalten:

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}}{\sqrt{1-z^2}} dz = \\ \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} z^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} z^4 + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} z^{2n} \right) dz + R_0(n+1) \end{aligned} \quad 9)$$

und suchen für den Rest

$$\begin{aligned} R_0 = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n+2)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \text{ mal} \\ \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} z^{2n+2} \left(1 + \frac{2n+3}{2n+4} z^2 + \frac{(2n+3)(2n+5)}{(2n+4)(2n+6)} z^4 + \dots \right) dz \end{aligned}$$

eine obere Grenze.

Indem man jeden Koeffizienten der Klammer durch die Einheit ersetzt, wird

$$R_0 < \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n+2)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} \frac{z^{2n+2}}{1-z^2} dz.$$

Dieser Wert wird zwar zu stark vergrößert, aber man macht sich frei von Unterscheidungen in bezug auf n und x , wenn man dem Nenner unter dem Integralzeichen konstant den kleinsten Wert erteilt, den er überhaupt annehmen kann. Dann wird nach 3) und 6)

$$R_0 < \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n+2)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{v_1^2} \cdot \sqrt{2x}^3 \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} z^{2n+2} dz$$

und, indem man die obere Grenze z_1 ins Unendliche wachsen läßt:

$$R_0(n+1) < \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (2n+1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n+2)} \cdot \frac{1}{2^{2n+1}} \cdot \frac{1}{v_1^2} \cdot \frac{1}{x^n} \quad 10)'$$

oder, wenn man lieber will, für $v_1 = 1$:

$$R_0(n+1) < \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (2n+1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n+2)} \cdot \frac{1}{2^{2n+1}} \cdot \frac{1}{x^n} \quad 10)$$

In der halbkonvergenten Reihe, die nach all diesen Ausscheidungen schließlich übrig bleibt, und welche der Rechnung zugrunde gelegt ist, nehmen nun, indem sie nur für $x > 10$ zur Anwendung kommt, die Glieder so rasch ab, daß man im ungünstigsten Fall (in der Nähe von $x = 10$) bis zu $n = 7$ zu gehen braucht, wenn die Teilresultate unter

$$0.000\,000\,1$$

wegbleiben dürfen. Setzt man aber in 10)' $n = 7$, so wird

$$R_0(8) < 12.15 \frac{1}{v_1^2} \frac{1}{x^7},$$

mithin wird dieser Wert für $v_1 = 1$, $x = 10$, nämlich

$$R_0 < 0.000\,001\,2,$$

die Genauigkeitsgrenze übersteigen.

Diesem Übelstand abzuhelpen, kann man über die bisher noch frei gehaltenen Größen verfügen.

1. Über n . Hier sei nur bemerkt, daß der Ausdruck 10) für R_0 weiterhin rasch abnimmt, wenn n über 7 hinausgeht (sein Minimum erreicht er bei $n = 19$). So wird z. B. für $n = 10$:

$$R_0(11) < 1103 \frac{1}{v_1^2} \frac{1}{x^{10}} \quad 11)'$$

und speziell für $v_1 = 1$, $x = 10$:

$$R_0 < 0.000\,000\,110\,3. \quad 11)_a$$

Andererseits bleiben diejenigen Glieder, welche in der Reihe 9) bei dieser Vergrößerung von n hinzukommen, wie schon erwähnt wurde, unmerklich. Dieses Verhalten enthält keinen Widerspruch: R_0 ist eben nicht der Rest der Reihe, sondern, der Ableitung entsprechend, ein Ausdruck, der größer ist als der Rest, und der eben dem unbekannten Rest bei $n = 10$ näher kommt als bei $n = 7$.

Mit 11)_a ist man an die Genauigkeitsgrenze herangerückt. Doch werden wir (Art. 7) sehen, wie man die Genauigkeit weiter erhöhen könnte, wenn das Bedürfnis vorläge.

2. Man könnte, um R_0 zu verkleinern, auch $v_1 > 1$ wählen. Doch ist diese Willkür nicht unbeschränkt. Zunächst deshalb nicht, weil nach 6) für $v_1 = \sqrt{2x}$ die Reihe 7) zu konvergieren aufhört. Außerdem ist E_0 stark von v_1 abhängig. Für diesen Wert, nämlich

$$E_0 = \frac{1}{v_1} \sqrt{2x} \int_0^{v_1} e^{2xu^2} du = \frac{1}{v_1} \int_0^{v_1} e^{v^2} dv$$

ist die Größenordnung gegeben durch den Ausdruck:

$$\frac{e^{v_1^2}}{2v_1^2},$$

etwa in dem Sinne, wie die Größenordnung des ersten Klammergliedes von 4) durch die Einheit ausgedrückt war (vgl. Art. 1). Dieser Ausdruck aber gibt

$$\begin{array}{rcccl} & \text{für } v_1 = 2 & 3 & 4, \\ \text{eine Näherung für } E_0 = 7 & 450 & 277\,691. \end{array}$$

Demnach dürfte man nicht $v_1 = 3$ setzen, wenn nicht S_0 nach 8)' über unsere Genauigkeitsgrenze hinauswachsen soll. Für $v_1 = 2$ aber wird 11)_a auf seinen vierten Teil reduziert, während gleichzeitig das nach 8)' mit $2E_0(2) : E_0(1) = 9.6$ multiplizierte S_0 von 8)_a genau genug bleibt.

Da der Vorteil nicht erheblich ist, so soll fortan $v_1 = 1$ gesetzt werden.

4.

Die Klammergröße von 4) reduziert sich nunmehr auf die endliche Reihe 9), oder, wenn man $y^2 = 2xz^2$ und

$$y_1 = \sqrt{2xz_1} \quad (12)$$

setzt, auf den Ausdruck

$$\frac{2}{V\pi_0} \int_{y_1}^{y_1} e^{-y^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{2x} y^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{1}{(2x)^2} y^4 + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{1}{(2x)^n} y^{2n} \right) dy. \quad (13)$$

Für ein beliebiges Glied gilt aber:

$$\begin{aligned} \int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2} y^{2i} dy &= \frac{e^{-y_1^2}}{2} \left(y_1^{2i-1} + \frac{2i-1}{2} y_1^{2i-3} + \frac{2i-1}{2} \frac{2i-3}{2} y_1^{2i-5} + \dots + \frac{2i-1}{2} \frac{2i-3}{2} \dots \frac{3}{2} y_1 \right) \\ &+ \frac{2i-1}{2} \frac{2i-3}{2} \dots \frac{3}{2} \frac{1}{2} \int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2} dy \end{aligned}$$

und speziell für $y_1 = 0$

$$\int_0^{\infty} e^{-y^2} y^{2i} dy = \frac{2i-1}{2} \frac{2i-3}{2} \dots \frac{3}{2} \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-y^2} dy,$$

mithin durch Subtraktion

$$\begin{aligned} \int_0^{y_1} e^{-y^2} y^{2i} dy &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2i-1)}{2^i} \int_0^{\infty} e^{-y^2} dy - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2i-1)}{2^i} \int_{y_1}^{\infty} e^{-y^2} dy \\ &- \frac{e^{-y_1^2}}{2} \left(y_1^{2i-1} + \frac{2i-1}{2} y_1^{2i-3} + \frac{2i-1}{2} \frac{2i-3}{2} y_1^{2i-5} + \dots + \frac{2i-1}{2} \frac{2i-3}{2} \dots \frac{3}{2} y_1 \right). \end{aligned}$$

Substituiert man für alle ganzzahligen i bis $i = n$ das erste dieser drei Glieder in die Formel 13), nachdem man eingeführt hat:

$$\int_0^{\infty} e^{-y^2} dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

6.

Endlich in der ersten Klammer von 16) sind nach 12), 3), 6) alle zweiten Faktoren von der gleichen Ordnung; denn es ist

$$\begin{aligned}\frac{y_1}{2x} &= \frac{\sqrt{2x-1}}{2x} \\ \frac{y_1^3}{(2x)^2} &= \frac{\sqrt{2x-1}}{2x} \left(1 - \frac{1}{2x}\right) \\ \frac{y_1^5}{(2x)^3} &= \frac{\sqrt{2x-1}}{2x} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^2 \\ &\dots \dots \dots\end{aligned}$$

Mithin ist die erste Klammer von der Ordnung wie

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{2x} N_0,$$

wobei

$$N_0 = \frac{1}{2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n}, \quad (19)$$

also z. B.:

$n =$	7	10	14	15	16	20	
$N_0 =$	2.1421	2.7001	3.3339	3.4784	3.6183	4.1402.	19) _a

In der zweiten Klammer aber sind die entsprechenden Glieder mit

$$3 \quad 5 \quad 7 \quad \dots \quad 2n-1$$

multipliziert und durchweg mit

$$y_1^2 = 2x - 1$$

dividiert.

Solange mithin $n < x$, hat die zweite Klammer einen kleineren Wert als die erste. Da dies auch für die folgenden gilt, so wird im ganzen

$$Q_0 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} \cdot N_0 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}, \quad (20)$$

woraus für $n = 10$

$$Q_0 < 4.141 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}$$

und speziell für $x = 10$

$$Q_0 < 0.000\,000\,003\,720. \quad (20)_a$$

Liegt aber n zwischen x und $2x$, so wird die geschweifte Klammer von 16), wie die letzte Vertikalreihe zeigt,

$$< N_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{2n-1}{2x-1} + \frac{1}{2^2} \left(\frac{2n-1}{2x-1}\right)^2 + \dots\right) \frac{\sqrt{2x-1}}{2x} = N_0 \frac{4x-2}{4x-2n-1} \frac{\sqrt{2x-1}}{2x}$$

und mithin

$$Q_0 < \frac{e}{\sqrt{x}} N_0 \frac{\sqrt{2x-1}^3}{x(4x-2n-1)} e^{-2x} \quad (21)$$

was von derselben Ordnung ist wie 20).

7.

Rekapitulieren wir, indem wir auf die Gleichung 4) zurückgehen, so ist

$$L_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} (O_0 - P_0 - Q_0 + R_0 + S_0). \quad (22)$$

Hier sind P_0 und S_0 von n unabhängig, nämlich:

$$\begin{aligned} P_0 & \text{ von der Ordnung wie } 1.5336 \frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}} \text{ nach 18)} \\ S_0 & \gg \gg \gg \gg 1.6504 e^{-2x} \gg 8) \end{aligned}$$

und speziell für $x > 10$:

$$P_0 < 0.000\,000\,000\,725$$

$$S_0 < 0.000\,000\,003\,402.$$

Q_0 und R_0 aber sind von n abhängig, und zwar wird, wenn bei $x = 10$ n über 10 hinausgeht, Q_0 nach 21) über den Wert 20)_a hinausgehen, R_0 aber nach 10) unter den Wert 11)_a herabsinken. Die Gleichheit liegt bei $n = 15$, da

für $n =$	14	15	16
nach 19) _a :	$N_0 = 3.334$	3.478	3.618
» 21):	$Q_0 < 0.000\,000\,008$	0.000 000 010	0.000 000 014
» 10):	$R_0 < 0.000\,000\,017$	0.000 000 012	0.000 000 010.

Dies ist mithin die Stelle, wo die größte Genauigkeit erreicht wird, wenn man bei diesen einfachen Betrachtungen stehen bleiben will. Es kommt hinzu, daß Q_0 und R_0 mit entgegengesetztem Zeichen in 22) eingehen. Hierauf wurde in Art. 3 verwiesen.

Bis zu dieser Genauigkeit also würde man gelangen, wenn man in der Endformel

$$L_0(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 + \frac{1^2}{2} \frac{1}{2^2} \frac{1}{x} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2 \cdot 4} \frac{1}{2^4} \frac{1}{x^2} + \cdots + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n-1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} \frac{1}{2^{2n}} \frac{1}{x^n} \right) \quad (23)$$

bei $n = 15$ abbräche.

8.

Es sollen für $x = 10$ diejenigen Glieder der Reihe 14) oder 23) angeführt werden, welche zur Beurteilung der Genauigkeit in Frage kommen:

$$G(7) = 0.000\,000\,172\,773$$

8	60 741
9	24 381
10	11 002
11	5 513
12	3 038
13	1 826
14	1 188
15	833
16	625
17	501
18	426
19	384
20	365
21	365
22	383
23	422
24	485
25	583

Hierbei ist

$$G_0(n) = \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n-1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} \frac{1}{2^{2n}} \frac{1}{x^n}.$$

Nach 10) aber ist für den auf dieses Glied folgenden Rest

$$R_0(n+1) < \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdots (2n+1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n+2)} \frac{1}{2^{2n+1}} \frac{1}{x^n}.$$

Vergleicht man, so ist

$$R_0(n+1) < (n+1) \cdot G_0(n). \quad (24)$$

Hieraus sieht man, warum die R_0 , wie sie hier ausgedrückt sind, erheblich größer erscheinen, als die G_0 , aber doch in der früher betrachteten Partie ebenfalls rasch abnehmen. (Vgl. Art. 3.)

IV. L_1 oberhalb $x = 10$.

1.

Auf die Entwicklung von $L_1(x)$ läßt sich derselbe Gedankengang anwenden. Man geht aus von

$$L_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{x \cos \vartheta} \cos \vartheta d\vartheta \quad 1)$$

substituiert

$$\cos \vartheta = 1 - 2z^2,$$

so daß

$$L_1(x) = \frac{2e^x}{\pi} \int_0^1 \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}} dz, \quad 2)$$

zerlegt das Integral in

$$L_1(x) = \frac{2e^x}{\pi} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}} dz + \frac{2e^x}{\pi} \int_{z_1}^1 \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}} dz$$

und setzt im zweiten Integral

$$\begin{aligned} z^2 &= 1 - u^2 \\ z_1^2 &= 1 - u_1^2. \end{aligned} \quad 3)$$

Dann ist

$$L_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2x} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}(1-2z^2)}{\sqrt{1-z^2}} dz - \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \sqrt{2x} \int_0^{u_1} \frac{e^{+2xu^2}(1-2u^2)}{\sqrt{1-u^2}} du \right). \quad 4)$$

Auch hier ist das erste Klammerglied von der Größenordnung der Einheit.

2.

Das zweite Glied der Klammer, nämlich abgesehen vom Vorzeichen

$$S_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \sqrt{2x} \int_0^{u_1} \frac{e^{+2xu^2}(1-2u^2)}{\sqrt{1-u^2}} du, \quad 5)$$

geht bei derselben Bezeichnung

$$v_1^2 = 2xu_1^2 \quad 6)$$

über in

$$S_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-2x} \cdot v_1 (E_1 - E_1' \cdot v_1^2 - E_1'' \cdot v_1^4 - \dots). \quad (7)$$

wobei

$$\begin{aligned} E_1 &= 1 + \frac{1}{3} \frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{5} \frac{v_1^4}{1 \cdot 2} + \dots \\ E_1' &= \frac{3}{1} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{7} \frac{v_1^4}{1 \cdot 2} + \dots \right) \\ E_1'' &= \frac{5}{3} \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \frac{v_1^2}{1} + \frac{1}{9} \frac{v_1^4}{1 \cdot 2} + \dots \right). \end{aligned}$$

Ist v_1 von der Ordnung der Einheit, so ist auch hier

$$S_1 \text{ von der Ordnung wie } \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot v_1 E_1(v_1) \cdot e^{-2x}, \quad (8)'$$

mithin wird für $v_1 = 1$, da $E_1 = E_0$:

$$S_1 \text{ von der Ordnung wie } 1.6504 \cdot e^{-2x} \quad (8)$$

und speziell für $x > 10$

$$S_1 < 0.000\,000\,003\,402. \quad (8)_a$$

3.

Das erste Glied der Klammer in 4) wird durch Entwickeln:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} \frac{e^{-2xz^2}(1-2xz^2)}{\sqrt{1-z^2}} dz = \\ & \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} \cdot \left(1 - \frac{3}{1} \frac{1}{2} z^2 - \frac{5}{3} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} z^4 - \dots - \frac{2n+1}{2n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} z^{2n} \right) dz \quad (9) \\ & - R_1(n+1), \end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{2n+3}{2n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n+2)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{2x} \text{ mal} \\ & \int_0^{z_1} e^{-2xz^2} z^{2n+2} \left(1 + \frac{(2n+1)(2n+5)}{(2n+3)(2n+3)} \cdot \frac{2n+3}{2n+4} z^2 + \frac{(2n+1)(2n+7)}{(2n+3)(2n+5)} \cdot \frac{(2n+3)(2n+5)}{(2n+4)(2n+6)} z^4 + \dots \right) dz, \end{aligned}$$

so daß

$$R_1 < \frac{2n+3}{2n+1} R_0, \quad (10)$$

also für $n = 10$

$$R_1(11) < 1208 \frac{1}{v_1^2} \frac{1}{x^{10}} \quad (11)'$$

und für $v_1 = 1$, $x = 10$

$$R_1 < 0.000\,000\,120\,8. \quad (11)_a$$

Wegen $E_1 = E_0$ bleiben auch die Bemerkungen am Schluß von Art. 3 des vorigen Kapitels hier in Gültigkeit.

4.

Die erste Klammergröße von 4) reduziert sich nunmehr auf die endliche Reihe 9) oder bei der Bezeichnung

$$y_1 = \sqrt{2xz_1} \quad (12)$$

auf den Ausdruck

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{y_1} e^{-y^2} \left(1 - \frac{3}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{2x} y^2 - \frac{5}{3} \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{1}{(2x)^2} y^4 - \dots - \frac{2n+1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2n-1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{1}{(2x)^n} y^{2n} \right) dy. \quad (13)$$

Setzt man nach denselben Rechnungen wie früher

$$O_1=1-\frac{3}{1}\frac{1^2}{2}\frac{1}{2^2}\frac{1}{x}-\frac{5}{3}\frac{1^2.3^2}{2.4}\frac{1}{2^4}\frac{1}{x^2}-\dots-\frac{2n+1}{2n-1}\frac{1^2.3^2.5^2\dots(2n-1)^2}{2.4.6\dots 2n}\frac{1}{2^{2n}}\frac{1}{x^n} \quad (14)$$

$$P_1 = \frac{e^{-y_1^2}}{\sqrt{\pi} y_1} \left(1 - \frac{1}{2y_1^2} + \frac{1 \cdot 3}{2^2 y_1^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3 y_1^6} + \dots \right) O_1 \quad (15)$$

$$Q_1 = \frac{e^{-y_1^2}}{\sqrt{x}} \text{ mal} \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{3}{1} \frac{1}{2} \frac{y_1}{2x} + \frac{5}{3} \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{y_1^2}{(2x)^2} + \frac{7}{5} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{y_1^3}{(2x)^3} + \dots + \frac{2n+1}{2n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{y_1^{2n-1}}{(2x)^n} \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{5}{3} \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{3 y_1}{(2x)^2} + \frac{7}{5} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{5 y_1^2}{(2x)^3} + \dots + \frac{2n+1}{2n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{(2n-1) y_1^{2n-3}}{(2x)^n} \right) \\ & + \frac{1}{2^2} \left(\frac{7}{5} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{3 \cdot 5 y_1}{(2x)^3} + \dots + \frac{2n+1}{2n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{(2n-3)(2n-1) y_1^{2n-5}}{(2x)^n} \right) \\ & \vdots \\ & + \frac{1}{2^{n-1}} \left(\frac{2n+1}{2n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{3 \cdot 5 \dots (2n-3)(2n-1) y_1}{(2x)^n} \right) \end{aligned} \right\},$$

so wird

$$\text{Endliche Reihe} = \text{Ausdruck 13)} = O_1 - P_1 + Q_1. \quad (17)$$

5.

Da $O_1 < 1$, so ist nach 15)

$$P_1 < \frac{1}{\sqrt{\pi\epsilon}} \frac{e^{-y_1^2}}{y_1},$$

mithin auf dieselbe Weise wie früher für $v_1 = 1$:

$$P_1 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}} \quad (18)$$

und für $x > 10$

$$P_1 < 0.000\,000\,000\,725. \quad 18)_a$$

6.

Auf dieselbe Weise wie früher schließt man, daß die erste Klammer von 16) von der Ordnung ist wie

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{2x} N_1,$$

wobei

$$N_1 = \frac{3}{1} \frac{1}{2} + \frac{5}{3} \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{7}{5} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \dots + \frac{2n+1}{2n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}, \quad 19)$$

also z. B.:

$$\begin{array}{cccccc} n = & 7 & 10 & 14 & 15 & 16 & 20 \\ N_1 = & 3.7231 & 4.3477 & 5.0350 & 5.1895 & 5.3384 & 5.8895. \end{array} \quad 19)_a$$

Solange $n < x$, hat jede Klammer einen kleineren Wert als die vorige, und es wird im ganzen:

$$Q_1 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} \cdot N_1 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}, \quad 20)$$

woraus für $n = 10$

$$Q_1 < 6.668 \frac{\sqrt{2x-1}}{x} e^{-2x}$$

und speziell für $x = 10$

$$Q_1 < 0.000\,000\,005\,991. \quad 20)_a$$

Liegt aber n zwischen x und $2x$, so erhält man ähnlich wie früher

$$Q_1 < \frac{e}{\sqrt{\pi}} \cdot N_1 \cdot \frac{\sqrt{2x-1}^3}{x(4x-2n-1)} e^{-2x}. \quad 21)$$

7.

Geht man zurück auf die Gleichung 4), so ist im ganzen:

$$L_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} (O_1 - P_1 + Q_1 - R_1 - S_1). \quad 22)$$

P_1 und S_1 sind von n unabhängig, nämlich

$$P_1 < 1.5336 \frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x-1}} \quad \text{nach 18)}$$

$$S_1 < 1.6504 e^{-2x} \quad \text{» 8)}$$

und speziell für $x > 10$

$$P_1 < 0.000\,000\,000\,725$$

$$S_1 < 0.000\,000\,003\,402.$$

Q_1 und R_1 aber haben wieder die Eigenschaft, daß mit wachsendem n das eine steigt, und das andere fällt. Die Gleichheit liegt bei $n = 15$, da

für	$n = 14$	15	16
nach 19)a: $N_1 =$	5.035	5.189	5.338
» 21): $Q_1 <$	0.000 000 012	0.000 000 015	0.000 000 020
» 10): $R_1 <$	0.000 000 018	0.000 000 013	0.000 000 011.

Auch hier gehen Q_1 und R_1 mit entgegengesetzten Zeichen in 22) ein. Das wäre also wieder die Genauigkeit, die man erreichen würde, wenn man in der Endformel

$$L_1(x) = \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 - \frac{3}{1} \frac{1^2}{2} \frac{1}{2^2} \frac{1}{x} - \frac{5}{3} \frac{1^2 \cdot 3^2}{2 \cdot 4} \frac{1}{2^4} \frac{1}{x^2} - \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{2n+1}{2n-1} \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \dots (2n-1)^2}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} \frac{1}{2^{2n}} \frac{1}{x^n} \right) \quad 23)$$

bei $n = 15$ abbräche.

8.

Die Glieder in 14) oder 23), die zur Beurteilung der Genauigkeit in Frage kommen, sind von der Größenordnung wie früher. Auch gilt nach 10) für den Rest:

$$R_1(n+1) < (n+1) \cdot G_1(n). \quad 24)$$

V. Anordnung, Abstufung und Genauigkeit der Tafeln.

1.

Unterhalb $x = 10$ ist tabuliert worden

$$\log L_0(x) \quad \text{und} \quad \log L_1(x) - \log x,$$

weil $\log L_1(x)$ selbst zu große Differenzen ergeben hätte.

Oberhalb $x = 10$ ist zunächst die Summe der semikonvergenten Reihe tabuliert, als die direkt erhaltene Zahl. Diese Werte bedeuten mithin

$$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x) \quad \text{und} \quad \sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x).$$

Danebenstehend sind zum engeren Anschluß an den ersten Teil die Werte angeführt

$$\log \sqrt{x} L_0(x) \quad \text{und} \quad \log \sqrt{x} L_1(x).$$

Die Differenzen bestehen dann aus einem großen konstanten und einem kleinen veränderlichen Teil.

2.

Auf diese Weise ließ sich unterhalb $x = 10$ das konstante Intervall 0.01 festhalten.

Oberhalb $x = 10$ verlaufen die Argumente bis ins Unendliche. Das Intervall wurde nun so bestimmt, daß in den erwähnten Summen der semikonvergenten Reihen die zweiten Differenzen bei der Interpolation ohne Wirkung bleiben sollten. Das größte Glied dieser Reihen

$$\text{in } L_0: \quad \frac{1}{8x} \quad \text{und} \quad \text{in } L_1: \quad -\frac{3}{8x}$$

führt unter der Bedingung, daß die maximale Wirkung der zweiten Differenzen, nämlich

$$\frac{4x^2}{32x^3} \quad \text{und} \quad \frac{34x^2}{32x^3},$$

kleiner als

$$0.000\,000\,5$$

bleiben soll, auf die Intervallgebiete:

$\Delta x =$	0.1	1	10	100	1000	10 000	
in L_0 zwischen	8.55	39.69	184.2	855.0	3969	18 420	85 499
» L_1 »	12.33	57.24	265.7	1233.1	5724	26 566	123 311

Doch wurden sie gemeinsam folgendermaßen gewählt:

10	50	200	1000	5000	20 000	200 000.
----	----	-----	------	------	--------	----------

3.

Solche Erwägungen waren auch mitwirkend bei der Entscheidung, ob unterhalb $x = 10$ die Numeri oder die Logarithmen tabuliert werden sollten. Keines von beiden erfüllt die Bedingung im ganzen Gebiete, aber der Logarithmus erfüllt sie in größerer Ausdehnung als der Numerus.

4.

Es ist erwähnt worden, daß die Rechnung unterhalb $x = 10$ nur als sechstellig zu betrachten ist, auch wenn mehr Dezimalstellen mitgenommen worden sind. Mithin dürfte eine generelle Prüfung der Genauigkeit erwünscht sein.

Hierzu wurden für $x = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$ die L_0 und L_1 zehnstellig gerechnet und diese Werte mit denjenigen L_0 und L_1 verglichen, welche den Tafeln zugrunde liegen. Aus den so erhaltenen Verbesserungen ΔL_0 und ΔL_1 folgt dann

$x = 1$	$\frac{\Delta L_0}{L_0} = -0.10 \cdot 10^{-6}$	$\frac{\Delta L_1}{L_1} = +1.07 \cdot 10^{-6}$
2	+ 0.13 »	+ 1.17 »
3	+ 0.73 »	+ 0.81 »
4	+ 0.17 »	+ 0.12 »
5	+ 0.80 »	+ 0.40 »
6	+ 0.55 »	+ 1.09 »
7	+ 1.30 »	+ 1.30 »
8	+ 0.97 »	+ 0.74 »
9	+ 1.15 »	+ 1.57 »
10	+ 1.29 »	+ 1.80 »

Geht man auf den Briggischen Logarithmus über, so verkleinern sich diese Zahlen mit dem Faktor 0.4343. Da die Tafeln den Logarithmus geben, so darf man sie mit höherem Recht als sechstellige bezeichnen, als wenn der Numerus tabuliert worden wäre. Denn die größte erforderliche Verbesserung ist

$$\Delta \log L_1(10) = +0.78 \cdot 10^{-6}.$$

Oberhalb $x = 10$ war die Rechnung durchweg genauer: die semikonvergente Reihe war hinter dem Komma auf sieben Stellen gerechnet worden, der Logarithmus davon wurde mit der siebenstelligen Tafel aufgeschlagen, und die Vielfachen von $\log e$ waren in noch mehr Stellen angesetzt.

Tafeln.

0.00 . . 0.30

0.30 . . 0.60

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
0.00	0.000000	9.698970	0.00	0.30	0.009717	9.703847	0.30
0.01	0.000011	9.698975	0.01	0.31	0.010372	9.704177	0.31
0.02	0.000043	9.698992	0.02	0.32	0.011048	9.704518	0.32
0.03	0.000098	9.699019	0.03	0.33	0.011745	9.704869	0.33
0.04	0.000174	9.699057	0.04	0.34	0.012462	9.705231	0.34
0.05	0.000271	9.699106	0.05	0.35	0.013200	9.705603	0.35
0.06	0.000391	9.699165	0.06	0.36	0.013959	9.705986	0.36
0.07	0.000532	9.699236	0.07	0.37	0.014738	9.706380	0.37
0.08	0.000694	9.699317	0.08	0.38	0.015538	9.706785	0.38
0.09	0.000879	9.699410	0.09	0.39	0.016359	9.707200	0.39
0.10	0.001085	9.699513	0.10	0.40	0.017201	9.707627	0.40
0.11	0.001313	9.699627	0.11	0.41	0.018063	9.708064	0.41
0.12	0.001562	9.699751	0.12	0.42	0.018945	9.708511	0.42
0.13	0.001832	9.699887	0.13	0.43	0.019848	9.708969	0.43
0.14	0.002125	9.700033	0.14	0.44	0.020771	9.709438	0.44
0.15	0.002439	9.700191	0.15	0.45	0.021714	9.709917	0.45
0.16	0.002775	9.700359	0.16	0.46	0.022678	9.710407	0.46
0.17	0.003132	9.700538	0.17	0.47	0.023661	9.710908	0.47
0.18	0.003510	9.700728	0.18	0.48	0.024664	9.711419	0.48
0.19	0.003910	9.700928	0.19	0.49	0.025687	9.711940	0.49
0.20	0.004332	9.701139	0.20	0.50	0.026731	9.712472	0.50
0.21	0.004775	9.701361	0.21	0.51	0.027794	9.713015	0.51
0.22	0.005239	9.701595	0.22	0.52	0.028877	9.713568	0.52
0.23	0.005725	9.701839	0.23	0.53	0.029979	9.714131	0.53
0.24	0.006231	9.702093	0.24	0.54	0.031101	9.714705	0.54
0.25	0.006759	9.702358	0.25	0.55	0.032243	9.715290	0.55
0.26	0.007309	9.702635	0.26	0.56	0.033404	9.715885	0.56
0.27	0.007879	9.702921	0.27	0.57	0.034584	9.716490	0.57
0.28	0.008470	9.703219	0.28	0.58	0.035784	9.717106	0.58
0.29	0.009083	9.703528	0.29	0.59	0.037002	9.717732	0.59
0.30	0.009717	9.703847	0.30	0.60	0.038240	9.718369	0.60

0.60 . . 0.90

0.90 . . 1.20

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
0.60	0.038240 ¹⁹	9.718369 ¹⁰	0.60	0.90	0.083856 ¹⁶	9.742225 ⁹	0.90
0.61	0.039497 ¹²⁵⁷ ²⁰	9.719016 ⁶⁴⁷ ¹⁰	0.61	0.91	0.085644 ¹⁷⁸⁸ ¹⁶	9.743175 ⁹⁵⁰ ¹⁰	0.91
0.62	0.040774 ¹²⁷⁷ ¹⁸	9.719673 ⁶⁵⁷ ¹¹	0.62	0.92	0.087448 ¹⁸⁰⁴ ¹⁶	9.744135 ⁹⁶⁰ ¹¹	0.92
0.63	0.042069 ¹²⁹⁵ ¹⁸	9.720341 ⁶⁶⁸ ¹⁰	0.63	0.93	0.089268 ¹⁸²⁰ ¹⁷	9.745106 ⁹⁷¹ ⁹	0.93
0.64	0.043382 ¹³¹³ ²⁰	9.721019 ⁶⁷⁸ ¹⁰	0.64	0.94	0.091105 ¹⁸³⁷ ¹⁵	9.746086 ⁹⁸⁰ ¹⁰	0.94
0.65	0.044715 ¹³³³ ¹⁸	9.721707 ⁶⁸⁸ ¹¹	0.65	0.95	0.092957 ¹⁸⁵² ¹⁷	9.747076 ⁹⁹⁰ ¹⁰	0.95
0.66	0.046066 ¹³⁵¹ ¹⁹	9.722406 ⁶⁹⁹ ¹¹	0.66	0.96	0.094826 ¹⁸⁶⁹ ¹⁵	9.748076 ¹⁰⁰⁰ ⁹	0.96
0.67	0.047436 ¹³⁷⁰ ¹⁸	9.723116 ⁷¹⁰ ⁹	0.67	0.97	0.096710 ¹⁸⁸⁴ ¹⁶	9.749085 ¹⁰⁰⁹ ¹⁰	0.97
0.68	0.048824 ¹³⁸⁸ ¹⁸	9.723835 ⁷¹⁹ ¹¹	0.68	0.98	0.098610 ¹⁹⁰⁰ ¹⁵	9.750104 ¹⁰¹⁹ ⁹	0.98
0.69	0.050230 ¹⁴⁰⁶ ¹⁹	9.724565 ⁷³⁰ ¹⁰	0.69	0.99	0.100525 ¹⁹¹⁵ ¹⁶	9.751132 ¹⁰²⁸ ¹⁰	0.99
0.70	0.051655 ¹⁴²⁵ ¹⁸	9.725305 ⁷⁴⁰ ¹⁰	0.70	1.00	0.102456 ¹⁹³¹ ¹⁵	9.752170 ¹⁰³⁸ ¹⁰	1.00
0.71	0.053098 ¹⁴⁴³ ¹⁸	9.726055 ⁷⁵⁰ ¹⁰	0.71	1.01	0.104402 ¹⁹⁴⁶ ¹⁶	9.753218 ¹⁰⁴⁸ ¹⁰	1.01
0.72	0.054559 ¹⁴⁶¹ ¹⁹	9.726815 ⁷⁶⁰ ¹⁰	0.72	1.02	0.106364 ¹⁹⁶² ¹⁵	9.754276 ¹⁰⁵⁸ ⁹	1.02
0.73	0.056039 ¹⁴⁸⁰ ¹⁷	9.727585 ⁷⁷⁰ ¹¹	0.73	1.03	0.108341 ¹⁹⁷⁷ ¹⁵	9.755343 ¹⁰⁶⁷ ¹⁰	1.03
0.74	0.057536 ¹⁴⁹⁷ ¹⁸	9.728366 ⁷⁸¹ ¹⁰	0.74	1.04	0.110333 ¹⁹⁹² ¹⁵	9.756420 ¹⁰⁷⁷ ⁹	1.04
0.75	0.059051 ¹⁵¹⁵ ¹⁸	9.729157 ⁷⁹¹ ¹⁰	0.75	1.05	0.112340 ²⁰⁰⁷ ¹⁴	9.757506 ¹⁰⁸⁶ ¹⁰	1.05
0.76	0.060584 ¹⁵³³ ¹⁷	9.729958 ⁸⁰¹ ¹⁰	0.76	1.06	0.114361 ²⁰²¹ ¹⁶	9.758602 ¹⁰⁹⁶ ¹⁰	1.06
0.77	0.062134 ¹⁵⁵⁰ ¹⁸	9.730769 ⁸¹¹ ¹⁰	0.77	1.07	0.116398 ²⁰³⁷ ¹⁵	9.759708 ¹¹⁰⁶ ⁸	1.07
0.78	0.063702 ¹⁵⁶⁸ ¹⁷	9.731590 ⁸²¹ ¹⁰	0.78	1.08	0.118450 ²⁰⁵² ¹⁴	9.760822 ¹¹¹⁴ ¹⁰	1.08
0.79	0.065287 ¹⁵⁸⁵ ¹⁸	9.732421 ⁸³¹ ¹⁰	0.79	1.09	0.120516 ²⁰⁶⁶ ¹⁴	9.761946 ¹¹²⁴ ¹⁰	1.09
0.80	0.066890 ¹⁶⁰³ ¹⁸	9.733262 ⁸⁴¹ ¹⁰	0.80	1.10	0.122596 ²⁰⁸⁰ ¹⁵	9.763080 ¹¹³⁴ ⁹	1.10
0.81	0.068511 ¹⁶²¹ ¹⁶	9.734113 ⁸⁵¹ ¹¹	0.81	1.11	0.124691 ²⁰⁹⁵ ¹⁴	9.764223 ¹¹⁴³ ⁹	1.11
0.82	0.070148 ¹⁶³⁷ ¹⁷	9.734975 ⁸⁶² ⁹	0.82	1.12	0.126800 ²¹⁰⁹ ¹⁴	9.765375 ¹¹⁵² ¹⁰	1.12
0.83	0.071802 ¹⁶⁵⁴ ¹⁷	9.735846 ⁸⁷¹ ¹⁰	0.83	1.13	0.128923 ²¹²³ ¹⁵	9.766537 ¹¹⁶² ⁹	1.13
0.84	0.073473 ¹⁶⁷¹ ¹⁸	9.736727 ⁸⁸¹ ¹¹	0.84	1.14	0.131061 ²¹³⁸ ¹³	9.767708 ¹¹⁷¹ ⁹	1.14
0.85	0.075162 ¹⁶⁸⁹ ¹⁷	9.737619 ⁸⁹² ⁹	0.85	1.15	0.133212 ²¹⁵¹ ¹⁴	9.768888 ¹¹⁸⁰ ¹⁰	1.15
0.86	0.076868 ¹⁷⁰⁶ ¹⁶	9.738520 ⁹⁰¹ ¹⁰	0.86	1.16	0.135377 ²¹⁶⁵ ¹⁵	9.770078 ¹¹⁹⁰ ⁹	1.16
0.87	0.078590 ¹⁷²² ¹⁷	9.739431 ⁹¹¹ ¹⁰	0.87	1.17	0.137557 ²¹⁸⁰ ¹³	9.771277 ¹¹⁹⁹ ⁹	1.17
0.88	0.080329 ¹⁷³⁹ ¹⁶	9.740352 ⁹²¹ ¹¹	0.88	1.18	0.139750 ²¹⁹³ ¹⁴	9.772485 ¹²⁰⁸ ⁹	1.18
0.89	0.082084 ¹⁷⁵⁵ ¹⁷	9.741284 ⁹³² ⁹	0.89	1.19	0.141957 ²²⁰⁷ ¹³	9.773702 ¹²¹⁷ ¹⁰	1.19
0.90	0.083856 ¹⁷⁷² ¹⁶	9.742225 ⁹⁴¹ ⁹	0.90	1.20	0.144177 ²²²⁰ ¹⁴	9.774929 ¹²²⁷ ⁹	1.20

1.20 . . 1.50

1.50 . . 1.80

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
1.20	0.144177 ¹⁴	9.774929 ⁹	1.20	1.50	0.216620 ¹²	9.815872 ⁹	1.50
1.21	0.146411 ²²³⁴ ¹³	9.776165 ¹²³⁶ ⁹	1.21	1.51	0.219215 ²⁵⁹⁵ ¹⁰	9.817371 ¹⁴⁹⁹ ⁹	1.51
1.22	0.148658 ²²⁴⁷ ¹⁴	0.777410 ¹²⁴⁵ ⁹	1.22	1.52	0.221820 ²⁶⁰⁵ ¹¹	9.818879 ¹⁵⁰⁸ ⁸	1.52
1.23	0.150919 ²²⁶¹ ¹²	9.778664 ¹²⁵⁴ ⁹	1.23	1.53	0.224436 ²⁶¹⁶ ¹⁰	9.820395 ¹⁵¹⁶ ⁷	1.53
1.24	0.153192 ²²⁷³ ¹⁴	9.779927 ¹²⁶³ ⁹	1.24	1.54	0.227062 ²⁶²⁶ ¹⁰	9.821918 ¹⁵²³ ⁹	1.54
1.25	0.155479 ²²⁸⁷ ¹²	9.781199 ¹²⁷² ⁹	1.25	1.55	0.229698 ²⁶³⁶ ¹¹	9.823450 ¹⁵³² ⁸	1.55
1.26	0.157778 ²²⁹⁹ ¹³	9.782480 ¹²⁸¹ ⁹	1.26	1.56	0.232345 ²⁶⁴⁷ ¹⁰	9.824990 ¹⁵⁴⁰ ⁹	1.56
1.27	0.160090 ²³¹² ¹³	9.783770 ¹²⁹⁰ ⁹	1.27	1.57	0.235002 ²⁶⁵⁷ ¹⁰	9.826539 ¹⁵⁴⁹ ⁸	1.57
1.28	0.162415 ²³²⁵ ¹³	9.785069 ¹²⁹⁹ ⁹	1.28	1.58	0.237669 ²⁶⁶⁷ ¹⁰	9.828096 ¹⁵⁵⁷ ⁸	1.58
1.29	0.164753 ²³³⁸ ¹³	9.786377 ¹³⁰⁸ ⁹	1.29	1.59	0.240346 ²⁶⁷⁷ ¹⁰	9.829661 ¹⁵⁶⁵ ⁸	1.59
1.30	0.167104 ²³⁵¹ ¹²	9.787694 ¹³¹⁷ ⁹	1.30	1.60	0.243033 ²⁶⁸⁷ ¹⁰	9.831234 ¹⁵⁷³ ⁸	1.60
1.31	0.169467 ²³⁶³ ¹²	9.789020 ¹³²⁶ ⁹	1.31	1.61	0.245730 ²⁶⁹⁷ ¹⁰	9.832815 ¹⁵⁸¹ ⁸	1.61
1.32	0.171842 ²³⁷⁵ ¹³	9.790355 ¹³³⁵ ⁹	1.32	1.62	0.248437 ²⁷⁰⁷ ¹⁰	9.834404 ¹⁵⁸⁹ ⁸	1.62
1.33	0.174230 ²³⁸⁸ ¹²	9.791699 ¹³⁴⁴ ⁹	1.33	1.63	0.251154 ²⁷¹⁷ ¹⁰	9.836001 ¹⁵⁹⁷ ⁹	1.63
1.34	0.176630 ²⁴⁰⁰ ¹²	9.793052 ¹³⁵³ ⁸	1.34	1.64	0.253881 ²⁷²⁷ ⁹	9.837607 ¹⁶⁰⁶ ⁸	1.64
1.35	0.179042 ²⁴¹² ¹²	9.794413 ¹³⁶¹ ⁹	1.35	1.65	0.256617 ²⁷³⁶ ⁹	9.839221 ¹⁶¹⁴ ⁸	1.65
1.36	0.181466 ²⁴²⁴ ¹³	9.795783 ¹³⁷⁰ ⁹	1.36	1.66	0.259362 ²⁷⁴⁵ ¹⁰	9.840843 ¹⁶²² ⁷	1.66
1.37	0.183903 ²⁴³⁷ ¹¹	9.797162 ¹³⁷⁹ ⁸	1.37	1.67	0.262117 ²⁷⁵⁵ ⁹	9.842472 ¹⁶²⁹ ⁸	1.67
1.38	0.186351 ²⁴⁴⁸ ¹¹	9.798549 ¹³⁸⁷ ⁹	1.38	1.68	0.264881 ²⁷⁶⁴ ¹⁰	9.844109 ¹⁶³⁷ ⁹	1.68
1.39	0.188810 ²⁴⁵⁹ ¹³	9.799945 ¹³⁹⁶ ⁹	1.39	1.69	0.267655 ²⁷⁷⁴ ⁹	9.845755 ¹⁶⁴⁶ ⁷	1.69
1.40	0.191282 ²⁴⁷² ¹¹	9.801350 ¹⁴⁰⁵ ⁹	1.40	1.70	0.270438 ²⁷⁸³ ⁹	9.847408 ¹⁶⁵³ ⁸	1.70
1.41	0.193765 ²⁴⁸³ ¹²	9.802764 ¹⁴¹⁴ ⁹	1.41	1.71	0.273230 ²⁷⁹² ⁹	9.849069 ¹⁶⁶¹ ⁸	1.71
1.42	0.196260 ²⁴⁹⁵ ¹¹	9.804187 ¹⁴²³ ⁸	1.42	1.72	0.276031 ²⁸⁰¹ ⁹	9.850738 ¹⁶⁶⁹ ⁸	1.72
1.43	0.198766 ²⁵⁰⁶ ¹¹	9.805618 ¹⁴³¹ ⁸	1.43	1.73	0.278841 ²⁸¹⁰ ⁹	9.852415 ¹⁶⁷⁷ ⁷	1.73
1.44	0.201283 ²⁵¹⁷ ¹²	9.807057 ¹⁴³⁹ ⁹	1.44	1.74	0.281660 ²⁸¹⁹ ⁹	9.854099 ¹⁶⁸⁴ ⁸	1.74
1.45	0.203812 ²⁵²⁹ ¹¹	9.808505 ¹⁴⁴⁸ ⁹	1.45	1.75	0.284488 ²⁸²⁸ ⁸	9.855791 ¹⁶⁹² ⁸	1.75
1.46	0.206352 ²⁵⁴⁰ ¹⁰	9.809962 ¹⁴⁵⁷ ⁸	1.46	1.76	0.287324 ²⁸³⁶ ⁹	9.857491 ¹⁷⁰⁰ ⁸	1.76
1.47	0.208902 ²⁵⁵⁰ ¹²	9.811427 ¹⁴⁶⁵ ⁸	1.47	1.77	0.290169 ²⁸⁴⁵ ⁹	9.859199 ¹⁷⁰⁸ ⁸	1.77
1.48	0.211464 ²⁵⁶² ¹¹	9.812900 ¹⁴⁷³ ⁹	1.48	1.78	0.293023 ²⁸⁵⁴ ⁹	9.860915 ¹⁷¹⁶ ⁷	1.78
1.49	0.214037 ²⁵⁷³ ¹⁰	9.814382 ¹⁴⁸² ⁸	1.49	1.79	0.295886 ²⁸⁶³ ⁸	9.862638 ¹⁷²³ ⁷	1.79
1.50	0.216620 ²⁵⁸³ ¹²	9.815872 ¹⁴⁹⁰ ⁹	1.50	1.80	0.298757 ²⁸⁷¹ ⁸	9.864368 ¹⁷³⁰ ⁸	1.80

1.80 . . 2.10

2.10 . . 2.40

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
1.80	0.298757 ²⁸⁷⁹ ₈	9.864368 ¹⁷³⁸ ₈	1.80	2.10	0.388507 ³¹⁰² ₆	9.919700 ¹⁹⁵⁴ ₇	2.10
1.81	0.301636 ²⁸⁸⁸ ₉	9.866106 ¹⁷⁴⁶ ₈	1.81	2.11	0.391609 ³¹⁰⁸ ₆	9.921654 ¹⁹⁶¹ ₇	2.11
1.82	0.304524 ²⁸⁹⁶ ₈	9.867852 ¹⁷⁵⁴ ₈	1.82	2.12	0.394717 ³¹¹⁵ ₇	9.923615 ¹⁹⁶⁷ ₆	2.12
1.83	0.307420 ²⁹⁰⁴ ₈	9.869606 ¹⁷⁶¹ ₇	1.83	2.13	0.397832 ³¹²² ₇	9.925582 ¹⁹⁷⁴ ₇	2.13
1.84	0.310324 ²⁹¹³ ₉	9.871367 ¹⁷⁶⁸ ₇	1.84	2.14	0.400954 ³¹²⁸ ₆	9.927556 ¹⁹⁸¹ ₇	2.14
1.85	0.313237 ²⁹²⁰ ₇	9.873135 ¹⁷⁷⁶ ₈	1.85	2.15	0.404082 ³¹³⁴ ₆	9.929537 ¹⁹⁸⁸ ₇	2.15
1.86	0.316157 ²⁹²⁸ ₈	9.874911 ¹⁷⁸³ ₇	1.86	2.16	0.407216 ³¹⁴⁰ ₆	9.931525 ¹⁹⁹⁴ ₆	2.16
1.87	0.319085 ²⁹³⁶ ₈	9.876694 ¹⁷⁹¹ ₈	1.87	2.17	0.410356 ³¹⁴⁷ ₇	9.933519 ²⁰⁰¹ ₇	2.17
1.88	0.322021 ²⁹⁴⁵ ₉	9.878485 ¹⁷⁹⁸ ₇	1.88	2.18	0.413503 ³¹⁵² ₅	9.935520 ²⁰⁰⁷ ₆	2.18
1.89	0.324966 ²⁹⁵² ₇	9.880283 ¹⁸⁰⁵ ₇	1.89	2.19	0.416655 ³¹⁵⁹ ₇	9.937527 ²⁰¹⁴ ₇	2.19
1.90	0.327918 ²⁹⁶⁰ ₈	9.882088 ¹⁸¹³ ₈	1.90	2.20	0.419814 ³¹⁶⁵ ₆	9.939541 ²⁰²⁰ ₆	2.20
1.91	0.330878 ²⁹⁶⁸ ₈	9.883901 ¹⁸²⁰ ₇	1.91	2.21	0.422979 ³¹⁷⁰ ₅	9.941561 ²⁰²⁷ ₇	2.21
1.92	0.333846 ²⁹⁷⁵ ₇	9.885721 ¹⁸²⁷ ₇	1.92	2.22	0.426149 ³¹⁷⁷ ₇	9.943588 ²⁰³⁴ ₇	2.22
1.93	0.336821 ²⁹⁸³ ₈	9.887548 ¹⁸³⁵ ₈	1.93	2.23	0.429326 ³¹⁸³ ₆	9.945622 ²⁰⁴⁰ ₆	2.23
1.94	0.339804 ²⁹⁹⁰ ₇	9.889383 ¹⁸⁴² ₇	1.94	2.24	0.432509 ³¹⁸⁹ ₆	9.947662 ²⁰⁴⁶ ₆	2.24
1.95	0.342794 ²⁹⁹⁸ ₈	9.891225 ¹⁸⁴⁹ ₇	1.95	2.25	0.435698 ³¹⁹⁴ ₅	9.949708 ²⁰⁵³ ₇	2.25
1.96	0.345792 ³⁰⁰⁵ ₇	9.893074 ¹⁸⁵⁶ ₇	1.96	2.26	0.438892 ³²⁰⁰ ₆	9.951761 ²⁰⁵⁹ ₆	2.26
1.97	0.348797 ³⁰¹² ₇	9.894930 ¹⁸⁶³ ₇	1.97	2.27	0.442092 ³²⁰⁶ ₆	9.953820 ²⁰⁶⁶ ₇	2.27
1.98	0.351809 ³⁰²⁰ ₈	9.896793 ¹⁸⁷⁰ ₇	1.98	2.28	0.445298 ³²¹¹ ₅	9.955886 ²⁰⁷² ₆	2.28
1.99	0.354829 ³⁰²⁷ ₇	9.898663 ¹⁸⁷⁸ ₈	1.99	2.29	0.448509 ³²¹⁷ ₆	9.957958 ²⁰⁷⁸ ₆	2.29
2.00	0.357856 ³⁰³⁴ ₇	9.900541 ¹⁸⁸⁵ ₇	2.00	2.30	0.451726 ³²²³ ₆	9.960036 ²⁰⁸⁵ ₇	2.30
2.01	0.360890 ³⁰⁴⁰ ₆	9.902426 ¹⁸⁹¹ ₆	2.01	2.31	0.454949 ³²²⁷ ₄	9.962121 ²⁰⁹¹ ₆	2.31
2.02	0.363930 ³⁰⁴⁸ ₈	9.904317 ¹⁸⁹⁹ ₈	2.02	2.32	0.458176 ³²³³ ₆	9.964212 ²⁰⁹⁷ ₆	2.32
2.03	0.366978 ³⁰⁵⁶ ₈	9.906216 ¹⁹⁰⁶ ₇	2.03	2.33	0.461409 ³²³⁹ ₆	9.966309 ²¹⁰³ ₆	2.33
2.04	0.370034 ³⁰⁶² ₆	9.908122 ¹⁹¹² ₆	2.04	2.34	0.464648 ³²⁴⁵ ₆	9.968412 ²¹¹⁰ ₇	2.34
2.05	0.373096 ³⁰⁶⁹ ₇	9.910034 ¹⁹¹⁹ ₇	2.05	2.35	0.467893 ³²⁵⁰ ₅	9.970522 ²¹¹⁵ ₅	2.35
2.06	0.376165 ³⁰⁷⁵ ₆	9.911953 ¹⁹²⁷ ₈	2.06	2.36	0.471143 ³²⁵⁵ ₅	9.972637 ²¹²² ₇	2.36
2.07	0.379240 ³⁰⁸² ₇	9.913880 ¹⁹³³ ₆	2.07	2.37	0.474398 ³²⁶⁰ ₅	9.974759 ²¹²⁹ ₇	2.37
2.08	0.382322 ³⁰⁸⁹ ₇	9.915813 ¹⁹⁴⁰ ₇	2.08	2.38	0.477658 ³²⁶⁵ ₅	9.976888 ²¹³⁴ ₅	2.38
2.09	0.385411 ³⁰⁹⁶ ₇	9.917753 ¹⁹⁴⁷ ₇	2.09	2.39	0.480923 ³²⁷¹ ₆	9.979022 ²¹⁴⁰ ₆	2.39
2.10	0.388507 ³¹⁰² ₆	9.919700 ¹⁹⁵⁴ ₇	2.10	2.40	0.484194 ³²⁷⁷ ₄	9.981162 ²¹⁴⁶ ₆	2.40

2.40 . . 2.70

2.70 . . 3.00

x	$\log I_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
2.40	0.484194 ₃₂₇₅ 4	9.981162 ₂₁₄₆ 6	2.40	2.70	0.584517 ₃₄₁₂ 5	0.048083 ₂₃₁₇ 5	2.70
2.41	0.487469 ₃₂₈₁ 6	9.983308 ₂₁₅₂ 6	2.41	2.71	0.587929 ₃₄₁₆ 4	0.050400 ₂₃₂₃ 6	2.71
2.42	0.490750 ₃₂₈₆ 5	9.985460 ₂₁₅₉ 7	2.42	2.72	0.591345 ₃₄₂₀ 4	0.052723 ₂₃₂₈ 5	2.72
2.43	0.494036 ₃₂₉₁ 5	9.987619 ₂₁₆₄ 5	2.43	2.73	0.594765 ₃₄₂₄ 4	0.055051 ₂₃₃₃ 5	2.73
2.44	0.497327 ₃₂₉₆ 5	9.989783 ₂₁₇₁ 7	2.44	2.74	0.598189 ₃₄₂₇ 3	0.057384 ₂₃₃₉ 6	2.74
2.45	0.500623 ₃₃₀₁ 5	9.991954 ₂₁₇₆ 5	2.45	2.75	0.601616 ₃₄₃₁ 4	0.059723 ₂₃₄₄ 5	2.75
2.46	0.503924 ₃₃₀₅ 4	9.994130 ₂₁₈₂ 6	2.46	2.76	0.605047 ₃₄₃₅ 4	0.062067 ₂₃₄₉ 5	2.76
2.47	0.507229 ₃₃₁₁ 6	9.996312 ₂₁₈₈ 6	2.47	2.77	0.608482 ₃₄₃₉ 4	0.064416 ₂₃₅₄ 5	2.77
2.48	0.510540 ₃₃₁₅ 4	9.998500 ₂₁₉₄ 6	2.48	2.78	0.611921 ₃₄₄₃ 4	0.066770 ₂₃₆₀ 6	2.78
2.49	0.513855 ₃₃₁₉ 4	0.000694 ₂₂₀₀ 6	2.49	2.79	0.615364 ₃₄₄₇ 4	0.069130 ₂₃₆₄ 4	2.79
2.50	0.517174 ₃₃₂₅ 6	0.002894 ₂₂₀₆ 6	2.50	2.80	0.618811 ₃₄₅₀ 3	0.071494 ₂₃₇₀ 6	2.80
2.51	0.520499 ₃₃₃₀ 5	0.005100 ₂₂₁₁ 5	2.51	2.81	0.622261 ₃₄₅₄ 4	0.073864 ₂₃₇₆ 6	2.81
2.52	0.523829 ₃₃₃₄ 4	0.007311 ₂₂₁₈ 7	2.52	2.82	0.625715 ₃₄₅₈ 4	0.076240 ₂₃₈₀ 4	2.82
2.53	0.527163 ₃₃₃₈ 4	0.009529 ₂₂₂₃ 5	2.53	2.83	0.629173 ₃₄₆₁ 3	0.078620 ₂₃₈₅ 5	2.83
2.54	0.530501 ₃₃₄₃ 5	0.011752 ₂₂₂₈ 5	2.54	2.84	0.632634 ₃₄₆₅ 4	0.081005 ₂₃₉₁ 6	2.84
2.55	0.533844 ₃₃₄₈ 5	0.013980 ₂₂₃₄ 6	2.55	2.85	0.636099 ₃₄₆₉ 4	0.083396 ₂₃₉₅ 4	2.85
2.56	0.537192 ₃₃₅₂ 4	0.016214 ₂₂₄₁ 7	2.56	2.86	0.639568 ₃₄₇₂ 3	0.085791 ₂₄₀₀ 5	2.86
2.57	0.540544 ₃₃₅₇ 5	0.018455 ₂₂₄₆ 5	2.57	2.87	0.643040 ₃₄₇₆ 4	0.088191 ₂₄₀₆ 6	2.87
2.58	0.543901 ₃₃₆₂ 5	0.020701 ₂₂₅₁ 5	2.58	2.88	0.646516 ₃₄₇₉ 3	0.090597 ₂₄₁₀ 4	2.88
2.59	0.547263 ₃₃₆₅ 3	0.022952 ₂₂₅₇ 6	2.59	2.89	0.649995 ₃₄₈₃ 4	0.093007 ₂₄₁₅ 5	2.89
2.60	0.550628 ₃₃₇₀ 5	0.025209 ₂₂₆₃ 6	2.60	2.90	0.653478 ₃₄₈₆ 3	0.095422 ₂₄₂₁ 6	2.90
2.61	0.553998 ₃₃₇₄ 4	0.027472 ₂₂₆₈ 5	2.61	2.91	0.656964 ₃₄₉₀ 4	0.097843 ₂₄₂₆ 5	2.91
2.62	0.557372 ₃₃₇₈ 4	0.029740 ₂₂₇₃ 5	2.62	2.92	0.660454 ₃₄₉₃ 3	0.100269 ₂₄₃₀ 4	2.92
2.63	0.560750 ₃₃₈₃ 5	0.032013 ₂₂₇₉ 6	2.63	2.93	0.663947 ₃₄₉₆ 3	0.102699 ₂₄₃₄ 4	2.93
2.64	0.564133 ₃₃₈₇ 4	0.034292 ₂₂₈₅ 6	2.64	2.94	0.667443 ₃₄₉₉ 3	0.105133 ₂₄₄₀ 6	2.94
2.65	0.567520 ₃₃₉₁ 4	0.036577 ₂₂₉₀ 5	2.65	2.95	0.670942 ₃₅₀₃ 4	0.107573 ₂₄₄₆ 6	2.95
2.66	0.570911 ₃₃₉₆ 5	0.038867 ₂₂₉₆ 6	2.66	2.96	0.674445 ₃₅₀₇ 4	0.110019 ₂₄₅₀ 4	2.96
2.67	0.574307 ₃₄₀₀ 4	0.041163 ₂₃₀₁ 5	2.67	2.97	0.677952 ₃₅₀₉ 2	0.112469 ₂₄₅₄ 4	2.97
2.68	0.577707 ₃₄₀₃ 3	0.043464 ₂₃₀₇ 6	2.68	2.98	0.681461 ₃₅₁₃ 4	0.114923 ₂₄₅₉ 5	2.98
2.69	0.581110 ₃₄₀₇ 4	0.045771 ₂₃₁₂ 5	2.69	2.99	0.684974 ₃₅₁₆ 3	0.117382 ₂₄₆₄ 5	2.99
2.70	0.584517	0.048083	2.70	3.00	0.688490	0.119846	3.00

3.00 . . 3.30

3.30 . . 3.60

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
3.00	0.688490 ₃₅₁₉	0.119846 ₂₄₆₉ 5	3.00	3.30	0.795368 ₃₆₀₅	0.195896 ₂₆₀₃ 4	3.30
3.01	0.692009 ₃₅₂₃	0.122315 ₂₄₇₄ 5	3.01	3.31	0.798973 ₃₆₀₈	0.198499 ₂₆₀₇ 4	3.31
3.02	0.695532 ₃₅₂₆	0.124789 ₂₄₇₈ 4	3.02	3.32	0.802581 ₃₆₁₁	0.201106 ₂₆₁₁ 4	3.32
3.03	0.699058 ₃₅₂₉	0.127267 ₂₄₈₃ 5	3.03	3.33	0.806192 ₃₆₁₄	0.203717 ₂₆₁₆ 5	3.33
3.04	0.702587 ₃₅₃₁	0.129750 ₂₄₈₈ 5	3.04	3.34	0.809806 ₃₆₁₆	0.206333 ₂₆₂₀ 4	3.34
3.05	0.706118 ₃₅₃₅	0.132238 ₂₄₉₂ 4	3.05	3.35	0.813422 ₃₆₁₈	0.208953 ₂₆₂₄ 4	3.35
3.06	0.709653 ₃₅₃₉	0.134730 ₂₄₉₆ 4	3.06	3.36	0.817040 ₃₆₂₁	0.211577 ₂₆₂₈ 4	3.36
3.07	0.713192 ₃₅₄₁	0.137226 ₂₅₀₂ 6	3.07	3.37	0.820661 ₃₆₂₃	0.214205 ₂₆₃₁ 3	3.37
3.08	0.716733 ₃₅₄₄	0.139728 ₂₅₀₇ 5	3.08	3.38	0.824284 ₃₆₂₆	0.216836 ₂₆₃₆ 5	3.38
3.09	0.720277 ₃₅₄₈	0.142235 ₂₅₁₁ 4	3.09	3.39	0.827910 ₃₆₂₈	0.219472 ₂₆₄₀ 4	3.39
3.10	0.723825 ₃₅₅₀	0.144746 ₂₅₁₅ 4	3.10	3.40	0.831538 ₃₆₃₀	0.222112 ₂₆₄₄ 4	3.40
3.11	0.727375 ₃₅₅₃	0.147261 ₂₅₂₀ 5	3.11	3.41	0.835168 ₃₆₃₃	0.224756 ₂₆₄₈ 4	3.41
3.12	0.730928 ₃₅₅₆	0.149781 ₂₅₂₅ 5	3.12	3.42	0.838801 ₃₆₃₆	0.227404 ₂₆₅₂ 4	3.42
3.13	0.734484 ₃₅₅₉	0.152306 ₂₅₂₉ 4	3.13	3.43	0.842437 ₃₆₃₇	0.230056 ₂₆₅₇ 5	3.43
3.14	0.738043 ₃₅₆₂	0.154835 ₂₅₃₃ 4	3.14	3.44	0.846074 ₃₆₄₀	0.232713 ₂₆₆₀ 3	3.44
3.15	0.741605 ₃₅₆₅	0.157368 ₂₅₃₈ 5	3.15	3.45	0.849714 ₃₆₄₃	0.235373 ₂₆₆₄ 4	3.45
3.16	0.745170 ₃₅₆₇	0.159906 ₂₅₄₂ 4	3.16	3.46	0.853357 ₃₆₄₅	0.238037 ₂₆₆₇ 3	3.46
3.17	0.748737 ₃₅₇₁	0.162448 ₂₅₄₇ 5	3.17	3.47	0.857002 ₃₆₄₇	0.240704 ₂₆₇₂ 5	3.47
3.18	0.752308 ₃₅₇₃	0.164995 ₂₅₅₁ 4	3.18	3.48	0.860649 ₃₆₄₉	0.243376 ₂₆₇₆ 4	3.48
3.19	0.755881 ₃₅₇₅	0.167546 ₂₅₅₅ 4	3.19	3.49	0.864298 ₃₆₅₂	0.246052 ₂₆₈₀ 4	3.49
3.20	0.759456 ₃₅₇₉	0.170101 ₂₅₆₀ 5	3.20	3.50	0.867950 ₃₆₅₄	0.248732 ₂₆₈₄ 4	3.50
3.21	0.763035 ₃₅₈₂	0.172661 ₂₅₆₅ 5	3.21	3.51	0.871604 ₃₆₅₇	0.251416 ₂₆₈₈ 4	3.51
3.22	0.766617 ₃₅₈₄	0.175226 ₂₅₆₉ 4	3.22	3.52	0.875261 ₃₆₅₈	0.254104 ₂₆₉₁ 3	3.52
3.23	0.770201 ₃₅₈₇	0.177795 ₂₅₇₃ 4	3.23	3.53	0.878919 ₃₆₆₁	0.256795 ₂₆₉₅ 4	3.53
3.24	0.773788 ₃₅₉₀	0.180368 ₂₅₇₇ 4	3.24	3.54	0.882580 ₃₆₆₃	0.259490 ₂₆₉₉ 4	3.54
3.25	0.777378 ₃₅₉₃	0.182945 ₂₅₈₂ 5	3.25	3.55	0.886243 ₃₆₆₅	0.262189 ₂₇₀₃ 4	3.55
3.26	0.780971 ₃₅₉₅	0.185527 ₂₅₈₆ 4	3.26	3.56	0.889908 ₃₆₆₇	0.264892 ₂₇₀₇ 4	3.56
3.27	0.784566 ₃₅₉₈	0.188113 ₂₅₉₀ 4	3.27	3.57	0.893575 ₃₆₇₀	0.267599 ₂₇₁₀ 3	3.57
3.28	0.788164 ₃₆₀₁	0.190703 ₂₅₉₄ 4	3.28	3.58	0.897245 ₃₆₇₁	0.270309 ₂₇₁₄ 4	3.58
3.29	0.791765 ₃₆₀₃	0.193297 ₂₅₉₉ 5	3.29	3.59	0.900916 ₃₆₇₄	0.273023 ₂₇₁₈ 4	3.59
3.30	0.795368	0.195896 4	3.30	3.60	0.904590	0.275741 4	3.60

3.60 . . 3.90

3.90 . . 4.20

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
3.60	0.904590	0.275741	3.60	3.90	1.015735	0.358949	3.90
3.61	0.908266	0.278463	3.61	3.91	1.019469	0.361776	3.91
3.62	0.911944	0.281188	3.62	3.92	1.023204	0.364606	3.92
3.63	0.915624	0.283917	3.63	3.93	1.026942	0.367440	3.93
3.64	0.919306	0.286650	3.64	3.94	1.030681	0.370277	3.94
3.65	0.922991	0.289386	3.65	3.95	1.034423	0.373117	3.95
3.66	0.926677	0.292126	3.66	3.96	1.038166	0.375960	3.96
3.67	0.930365	0.294870	3.67	3.97	1.041910	0.378807	3.97
3.68	0.934056	0.297617	3.68	3.98	1.045655	0.381657	3.98
3.69	0.937748	0.300368	3.69	3.99	1.049402	0.384510	3.99
3.70	0.941443	0.303123	3.70	4.00	1.053152	0.387366	4.00
3.71	0.945139	0.305881	3.71	4.01	1.056903	0.390225	4.01
3.72	0.948837	0.308642	3.72	4.02	1.060656	0.393088	4.02
3.73	0.952538	0.311407	3.73	4.03	1.064410	0.395954	4.03
3.74	0.956240	0.314176	3.74	4.04	1.068166	0.398823	4.04
3.75	0.959945	0.316949	3.75	4.05	1.071924	0.401695	4.05
3.76	0.963651	0.319725	3.76	4.06	1.075683	0.404570	4.06
3.77	0.967359	0.322504	3.77	4.07	1.079444	0.407448	4.07
3.78	0.971069	0.325287	3.78	4.08	1.083207	0.410330	4.08
3.79	0.974781	0.328074	3.79	4.09	1.086971	0.413214	4.09
3.80	0.978495	0.330864	3.80	4.10	1.090737	0.416102	4.10
3.81	0.982210	0.333657	3.81	4.11	1.094504	0.418993	4.11
3.82	0.985928	0.336453	3.82	4.12	1.098273	0.421886	4.12
3.83	0.989648	0.339253	3.83	4.13	1.102043	0.424783	4.13
3.84	0.993369	0.342057	3.84	4.14	1.105815	0.427683	4.14
3.85	0.997092	0.344864	3.85	4.15	1.109588	0.430586	4.15
3.86	1.000817	0.347674	3.86	4.16	1.113363	0.433492	4.16
3.87	1.004544	0.350488	3.87	4.17	1.117140	0.436400	4.17
3.88	1.008272	0.353305	3.88	4.18	1.120918	0.439312	4.18
3.89	1.012003	0.356125	3.89	4.19	1.124697	0.442227	4.19
3.90	1.015735	0.358949	3.90	4.20	1.128478	0.445145	4.20

4.20 . . 4.50

4.50 . . 4.80

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
4.20	1.128478	0.445145	4.20	4.50	1.242570	0.534004	4.50
4.21	1.132261	0.448066	4.21	4.51	1.246394	0.537008	4.51
4.22	1.136046	0.450990	4.22	4.52	1.250219	0.540015	4.52
4.23	1.139831	0.453916	4.23	4.53	1.254046	0.543025	4.53
4.24	1.143618	0.456846	4.24	4.54	1.257874	0.546038	4.54
4.25	1.147406	0.459778	4.25	4.55	1.261702	0.549053	4.55
4.26	1.151196	0.462713	4.26	4.56	1.265532	0.552070	4.56
4.27	1.154987	0.465652	4.27	4.57	1.269363	0.555090	4.57
4.28	1.158780	0.468593	4.28	4.58	1.273196	0.558112	4.58
4.29	1.162574	0.471537	4.29	4.59	1.277030	0.561138	4.59
4.30	1.166370	0.474484	4.30	4.60	1.280865	0.564166	4.60
4.31	1.170167	0.477433	4.31	4.61	1.284702	0.567196	4.61
4.32	1.173965	0.480386	4.32	4.62	1.288540	0.570229	4.62
4.33	1.177765	0.483342	4.33	4.63	1.292378	0.573264	4.63
4.34	1.181567	0.486300	4.34	4.64	1.296218	0.576302	4.64
4.35	1.185369	0.489260	4.35	4.65	1.300059	0.579343	4.65
4.36	1.189173	0.492223	4.36	4.66	1.303901	0.582386	4.66
4.37	1.192979	0.495190	4.37	4.67	1.307744	0.585431	4.67
4.38	1.196785	0.498160	4.38	4.68	1.311589	0.588479	4.68
4.39	1.200593	0.501132	4.39	4.69	1.315435	0.591529	4.69
4.40	1.204402	0.504107	4.40	4.70	1.319282	0.594582	4.70
4.41	1.208213	0.507084	4.41	4.71	1.323130	0.597637	4.71
4.42	1.212026	0.510064	4.42	4.72	1.326979	0.600695	4.72
4.43	1.215839	0.513047	4.43	4.73	1.330829	0.603755	4.73
4.44	1.219654	0.516033	4.44	4.74	1.334681	0.606818	4.74
4.45	1.223470	0.519022	4.45	4.75	1.338534	0.609883	4.75
4.46	1.227288	0.522013	4.46	4.76	1.342388	0.612950	4.76
4.47	1.231107	0.525007	4.47	4.77	1.346243	0.616020	4.77
4.48	1.234926	0.528003	4.48	4.78	1.350099	0.619092	4.78
4.49	1.238747	0.531002	4.49	4.79	1.353956	0.622167	4.79
4.50	1.242570	0.534004	4.50	4.80	1.357814	0.625244	4.80

4.80 . . 5.10

5.10 . . 5.40

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
4.80	1.357814 ₃₈₅₉	0.625244 ₃₀₈₀	4.80	5.10	1.474054 ₃₈₉₀	0.718622 ₃₁₄₇	5.10
4.81	1.361673 ₃₈₆₁	0.628324 ₃₀₈₁	4.81	5.11	1.477944 ₃₈₉₁	0.721769 ₃₁₄₉	5.11
4.82	1.365534 ₃₈₆₁	0.631405 ₃₀₈₄	4.82	5.12	1.481835 ₃₈₉₂	0.724918 ₃₁₅₂	5.12
4.83	1.369395 ₃₈₆₃	0.634489 ₃₀₈₈	4.83	5.13	1.485727 ₃₈₉₃	0.728070 ₃₁₅₃	5.13
4.84	1.373258 ₃₈₆₄	0.637577 ₃₀₈₉	4.84	5.14	1.489620 ₃₈₉₄	0.731223 ₃₁₅₅	5.14
4.85	1.377122 ₃₈₆₅	0.640666 ₃₀₉₁	4.85	5.15	1.493514 ₃₈₉₅	0.734378 ₃₁₅₈	5.15
4.86	1.380987 ₃₈₆₅	0.643757 ₃₀₉₃	4.86	5.16	1.497409 ₃₈₉₆	0.737536 ₃₁₅₉	5.16
4.87	1.384852 ₃₈₆₇	0.646850 ₃₀₉₆	4.87	5.17	1.501305 ₃₈₉₇	0.740695 ₃₁₆₁	5.17
4.88	1.388719 ₃₈₆₈	0.649946 ₃₀₉₈	4.88	5.18	1.505202 ₃₈₉₈	0.743856 ₃₁₆₄	5.18
4.89	1.392587 ₃₈₇₀	0.653044 ₃₁₀₀	4.89	5.19	1.509100 ₃₈₉₈	0.747020 ₃₁₆₆	5.19
4.90	1.396457 ₃₈₇₀	0.656144 ₃₁₀₃	4.90	5.20	1.512998 ₃₉₀₀	0.750186 ₃₁₆₈	5.20
4.91	1.400327 ₃₈₇₁	0.659247 ₃₁₀₅	4.91	5.21	1.516898 ₃₉₀₁	0.753354 ₃₁₇₀	5.21
4.92	1.404198 ₃₈₇₂	0.662352 ₃₁₀₇	4.92	5.22	1.520799 ₃₉₀₂	0.756524 ₃₁₇₂	5.22
4.93	1.408070 ₃₈₇₃	0.665459 ₃₁₀₉	4.93	5.23	1.524701 ₃₉₀₂	0.759696 ₃₁₇₄	5.23
4.94	1.411943 ₃₈₇₅	0.668568 ₃₁₁₂	4.94	5.24	1.528603 ₃₉₀₃	0.762870 ₃₁₇₆	5.24
4.95	1.415818 ₃₈₇₅	0.671680 ₃₁₁₄	4.95	5.25	1.532506 ₃₉₀₄	0.766046 ₃₁₇₈	5.25
4.96	1.419693 ₃₈₇₇	0.674794 ₃₁₁₆	4.96	5.26	1.536410 ₃₉₀₅	0.769224 ₃₁₈₀	5.26
4.97	1.423570 ₃₈₇₇	0.677910 ₃₁₁₉	4.97	5.27	1.540315 ₃₉₀₆	0.772404 ₃₁₈₂	5.27
4.98	1.427447 ₃₈₇₉	0.681029 ₃₁₂₁	4.98	5.28	1.544221 ₃₉₀₇	0.775586 ₃₁₈₅	5.28
4.99	1.431326 ₃₈₇₉	0.684150 ₃₁₂₃	4.99	5.29	1.548128 ₃₉₀₈	0.778771 ₃₁₈₆	5.29
5.00	1.435205 ₃₈₈₀	0.687273 ₃₁₂₅	5.00	5.30	1.552036 ₃₉₀₈	0.781957 ₃₁₈₈	5.30
5.01	1.439085 ₃₈₈₂	0.690398 ₃₁₂₇	5.01	5.31	1.555944 ₃₉₁₀	0.785145 ₃₁₉₀	5.31
5.02	1.442967 ₃₈₈₂	0.693525 ₃₁₃₀	5.02	5.32	1.559854 ₃₉₁₁	0.788335 ₃₁₉₂	5.32
5.03	1.446849 ₃₈₈₃	0.696655 ₃₁₃₁	5.03	5.33	1.563765 ₃₉₁₁	0.791527 ₃₁₉₄	5.33
5.04	1.450732 ₃₈₈₅	0.699786 ₃₁₃₄	5.04	5.34	1.567676 ₃₉₁₂	0.794721 ₃₁₉₆	5.34
5.05	1.454617 ₃₈₈₆	0.702920 ₃₁₃₇	5.05	5.35	1.571588 ₃₉₁₄	0.797917 ₃₁₉₈	5.35
5.06	1.458503 ₃₈₈₆	0.706057 ₃₁₃₈	5.06	5.36	1.575502 ₃₉₁₄	0.801115 ₃₂₀₁	5.36
5.07	1.462389 ₃₈₈₇	0.709195 ₃₁₄₀	5.07	5.37	1.579416 ₃₉₁₄	0.804316 ₃₂₀₂	5.37
5.08	1.466276 ₃₈₈₈	0.712335 ₃₁₄₃	5.08	5.38	1.583330 ₃₉₁₆	0.807518 ₃₂₀₃	5.38
5.09	1.470164 ₃₈₉₀	0.715478 ₃₁₄₄	5.09	5.39	1.587246 ₃₉₁₆	0.810721 ₃₂₀₆	5.39
5.10	1.474054	0.718622	5.10	5.40	1.591162	0.813927	5.40

5.40 . . 5.70

5.70 . . 6.00

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_4(x)$	x
5.40	1.591162	0.813927	5.40	5.70	1.709037	0.910975	5.70
5.41	1.595079 ³⁹¹⁷	0.817135 ³²⁰⁸	5.41	5.71	1.712978 ³⁹⁴¹	0.914238 ³²⁶³	5.71
5.42	1.598997 ³⁹¹⁸	0.820345 ³²¹⁰	5.42	5.72	1.716920 ³⁹⁴²	0.917503 ³²⁶⁵	5.72
5.43	1.602917 ³⁹²⁰	0.823556 ³²¹¹	5.43	5.73	1.720863 ³⁹⁴³	0.920769 ³²⁶⁶	5.73
5.44	1.606837 ³⁹²⁰	0.826770 ³²¹⁴	5.44	5.74	1.724806 ³⁹⁴³	0.924038 ³²⁶⁹	5.74
5.45	1.610757 ³⁹²⁰	0.829986 ³²¹⁶	5.45	5.75	1.728750 ³⁹⁴⁴	0.927308 ³²⁷⁰	5.75
5.46	1.614679 ³⁹²²	0.833203 ³²¹⁷	5.46	5.76	1.732695 ³⁹⁴⁵	0.930580 ³²⁷²	5.76
5.47	1.618601 ³⁹²²	0.836422 ³²¹⁹	5.47	5.77	1.736641 ³⁹⁴⁶	0.933853 ³²⁷³	5.77
5.48	1.622524 ³⁹²³	0.839643 ³²²¹	5.48	5.78	1.740588 ³⁹⁴⁷	0.937128 ³²⁷⁵	5.78
5.49	1.626448 ³⁹²⁴	0.842866 ³²²³	5.49	5.79	1.744535 ³⁹¹⁷	0.940405 ³²⁷⁷	5.79
5.50	1.630373 ³⁹²⁵	0.846091 ³²²⁵	5.50	5.80	1.748483 ³⁹⁴⁸	0.943683 ³²⁷⁸	5.80
5.51	1.634299 ³⁹²⁶	0.849318 ³²²⁷	5.51	5.81	1.752432 ³⁹⁴⁹	0.946963 ³²⁸⁰	5.81
5.52	1.638225 ³⁹²⁶	0.852547 ³²²⁹	5.52	5.82	1.756381 ³⁹¹⁹	0.950245 ³²⁸²	5.82
5.53	1.642152 ³⁹²⁷	0.855777 ³²³⁰	5.53	5.83	1.760331 ³⁹⁵⁰	0.953529 ³²⁸⁴	5.83
5.54	1.646080 ³⁹²⁸	0.859009 ³²³²	5.54	5.84	1.764282 ³⁹⁵¹	0.956815 ³²⁸⁶	5.84
5.55	1.650009 ³⁹²⁹	0.862244 ³²³⁵	5.55	5.85	1.768234 ³⁹⁵²	0.960102 ³²⁸⁷	5.85
5.56	1.653939 ³⁹³⁰	0.865480 ³²³⁶	5.56	5.86	1.772186 ³⁹⁵²	0.963391 ³²⁸⁹	5.86
5.57	1.657870 ³⁹³¹	0.868718 ³²³⁸	5.57	5.87	1.776139 ³⁹⁵³	0.966681 ³²⁹⁰	5.87
5.58	1.661801 ³⁹³¹	0.871958 ³²⁴⁰	5.58	5.88	1.780093 ³⁹⁵⁴	0.969973 ³²⁹²	5.88
5.59	1.665733 ³⁹³²	0.875199 ³²⁴¹	5.59	5.89	1.784047 ³⁹⁵⁴	0.973267 ³²⁹⁴	5.89
5.60	1.669665 ³⁹³²	0.878443 ³²⁴⁴	5.60	5.90	1.788002 ³⁹⁵⁵	0.976562 ³²⁹⁵	5.90
5.61	1.673599 ³⁹³⁴	0.881688 ³²⁴⁵	5.61	5.91	1.791958 ³⁹⁵⁶	0.979859 ³²⁹⁷	5.91
5.62	1.677534 ³⁹³⁵	0.884935 ³²⁴⁷	5.62	5.92	1.795915 ³⁹⁵⁷	0.983158 ³²⁹⁹	5.92
5.63	1.681469 ³⁹³⁵	0.888184 ³²⁴⁹	5.63	5.93	1.799872 ³⁹⁵⁷	0.986458 ³³⁰⁰	5.93
5.64	1.685405 ³⁹³⁶	0.891434 ³²⁵⁰	5.64	5.94	1.803830 ³⁹⁵⁸	0.989760 ³³⁰²	5.94
5.65	1.689341 ³⁹³⁶	0.894686 ³²⁵²	5.65	5.95	1.807788 ³⁹⁵⁸	0.993063 ³³⁰³	5.95
5.66	1.693279 ³⁹³⁸	0.897940 ³²⁵⁴	5.66	5.96	1.811747 ³⁹⁵⁹	0.996368 ³³⁰⁵	5.96
5.67	1.697217 ³⁹³⁸	0.901197 ³²⁵⁷	5.67	5.97	1.815707 ³⁹⁶⁰	0.999675 ³³⁰⁷	5.97
5.68	1.701156 ³⁹³⁹	0.904455 ³²⁵⁸	5.68	5.98	1.819668 ³⁹⁶¹	1.002984 ³³⁰⁹	5.98
5.69	1.705096 ³⁹⁴⁰	0.907714 ³²⁵⁹	5.69	5.99	1.823629 ³⁹⁶¹	1.006294 ³³¹⁰	5.99
5.70	1.709037 ³⁹⁴¹	0.910975 ³²⁶¹	5.70	6.00	1.827591 ³⁹⁶²	1.009606 ³³¹²	6.00

6.00 . . 6.30

6.30 . . 6.60

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
6.00	1.827591	1.009606	6.00	6.30	1.946754	1.109680	6.30
6.01	1.831554 ³⁹⁶³	1.012919 ³³¹³	6.01	6.31	1.950736 ³⁹⁸²	1.113039 ³³⁵⁹	6.31
6.02	1.835517 ³⁹⁶³	1.016234 ³³¹⁵	6.02	6.32	1.954719 ³⁹⁸³	1.116400 ³³⁶¹	6.32
6.03	1.839481 ³⁹⁶⁴	1.019550 ³³¹⁶	6.03	6.33	1.958702 ³⁹⁸³	1.119762 ³³⁶²	6.33
6.04	1.843446 ³⁹⁶⁵	1.022868 ³³¹⁸	6.04	6.34	1.962685 ³⁹⁸³	1.123126 ³³⁶⁴	6.34
6.05	1.847411 ³⁹⁶⁵	1.026188 ³³²⁰	6.05	6.35	1.966669 ³⁹⁸⁴	1.126491 ³³⁶⁵	6.35
6.06	1.851377 ³⁹⁶⁶	1.029510 ³³²²	6.06	6.36	1.970654 ³⁹⁸⁵	1.129857 ³³⁶⁶	6.36
6.07	1.855344 ³⁹⁶⁷	1.032832 ³³²²	6.07	6.37	1.974640 ³⁹⁸⁶	1.133225 ³³⁶⁸	6.37
6.08	1.859311 ³⁹⁶⁷	1.036156 ³³²⁴	6.08	6.38	1.978626 ³⁹⁸⁶	1.136594 ³³⁶⁹	6.38
6.09	1.863279 ³⁹⁶⁸	1.039482 ³³²⁶	6.09	6.39	1.982613 ³⁹⁸⁷	1.139965 ³³⁷¹	6.39
6.10	1.867248 ³⁹⁶⁹	1.042810 ³³²⁸	6.10	6.40	1.986600 ³⁹⁸⁷	1.143337 ³³⁷²	6.40
6.11	1.871217 ³⁹⁶⁹	1.046139 ³³²⁹	6.11	6.41	1.990587 ³⁹⁸⁷	1.146711 ³³⁷⁴	6.41
6.12	1.875187 ³⁹⁷⁰	1.049470 ³³³¹	6.12	6.42	1.994576 ³⁹⁸⁹	1.150086 ³³⁷⁵	6.42
6.13	1.879158 ³⁹⁷¹	1.052802 ³³³²	6.13	6.43	1.998565 ³⁹⁸⁹	1.153462 ³³⁷⁶	6.43
6.14	1.883129 ³⁹⁷¹	1.056136 ³³³⁴	6.14	6.44	2.002555 ³⁹⁹⁰	1.156840 ³³⁷⁸	6.44
6.15	1.887100 ³⁹⁷¹	1.059471 ³³³⁵	6.15	6.45	2.006545 ³⁹⁹⁰	1.160219 ³³⁷⁹	6.45
6.16	1.891073 ³⁹⁷³	1.062807 ³³³⁶	6.16	6.46	2.010535 ³⁹⁹⁰	1.163600 ³³⁸¹	6.46
6.17	1.895047 ³⁹⁷⁴	1.066145 ³³³⁸	6.17	6.47	2.014526 ³⁹⁹¹	1.166982 ³³⁸²	6.47
6.18	1.899021 ³⁹⁷⁴	1.069485 ³³⁴⁰	6.18	6.48	2.018518 ³⁹⁹²	1.166982 ³³⁸³	6.48
6.19	1.902995 ³⁹⁷⁴	1.072827 ³³⁴²	6.19	6.49	2.022511 ³⁹⁹³	1.170365 ³³⁸⁵	6.49
6.20	1.906969 ³⁹⁷⁴	1.076170 ³³⁴³	6.20	6.50	2.026504 ³⁹⁹³	1.173750 ³³⁸⁶	6.50
6.21	1.910945 ³⁹⁷⁶	1.079514 ³³⁴⁴	6.21	6.51	2.030497 ³⁹⁹³	1.177136 ³³⁸⁸	6.51
6.22	1.914921 ³⁹⁷⁶	1.079514 ³³⁴⁵	6.22	6.52	2.034491 ³⁹⁹⁴	1.180524 ³³⁹⁰	6.52
6.23	1.918898 ³⁹⁷⁷	1.082859 ³³⁴⁸	6.23	6.53	2.038486 ³⁹⁹⁵	1.183914 ³³⁹⁰	6.53
6.24	1.918898 ³⁹⁷⁸	1.086207 ³³⁴⁹	6.24	6.54	2.042481 ³⁹⁹⁵	1.187304 ³³⁹¹	6.54
6.25	1.922876 ³⁹⁷⁸	1.089556 ³³⁵⁰	6.25	6.55	2.046477 ³⁹⁹⁶	1.190695 ³³⁹³	6.55
6.26	1.926854 ³⁹⁷⁹	1.092906 ³³⁵²	6.26	6.56	2.050473 ³⁹⁹⁶	1.194088 ³³⁹⁵	6.56
6.27	1.930833 ³⁹⁷⁹	1.096258 ³³⁵³	6.27	6.57	2.054470 ³⁹⁹⁷	1.197483 ³³⁹⁶	6.57
6.28	1.934812 ³⁹⁸⁰	1.099611 ³³⁵⁵	6.28	6.58	2.058468 ³⁹⁹⁸	1.200879 ³³⁹⁷	6.58
6.29	1.938792 ³⁹⁸¹	1.102966 ³³⁵⁶	6.29	6.59	2.062466 ³⁹⁹⁸	1.204276 ³³⁹⁹	6.59
6.30	1.942773 ³⁹⁸¹	1.106322 ³³⁵⁸	6.30	6.60	2.066465 ³⁹⁹⁹	1.207675 ³⁴⁰⁰	6.60
6.30	1.946754	1.109680	6.30	6.60	2.066465	1.211075	6.60

6.60 . . 6.90

6.90 . . 7.20

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
6.60	2.066465	1.211075	6.60	6.90	2.186671	1.313680	6.90
6.61	2.070464	1.214476	6.61	6.91	2.190686	1.317121	6.91
6.62	2.074463	1.217878	6.62	6.92	2.194701	1.320562	6.92
6.63	2.078463	1.221282	6.63	6.93	2.198717	1.324004	6.93
6.64	2.082464	1.224687	6.64	6.94	2.202733	1.327448	6.94
6.65	2.086466	1.228093	6.65	6.95	2.206750	1.330893	6.95
6.66	2.090468	1.231501	6.66	6.96	2.210767	1.334339	6.96
6.67	2.094470	1.234911	6.67	6.97	2.214785	1.337786	6.97
6.68	2.098473	1.238322	6.68	6.98	2.218803	1.341235	6.98
6.69	2.102477	1.241734	6.69	6.99	2.222822	1.344685	6.99
6.70	2.106481	1.245147	6.70	7.00	2.226841	1.348135	7.00
6.71	2.110485	1.248562	6.71	7.01	2.230861	1.351587	7.01
6.72	2.114490	1.251978	6.72	7.02	2.234881	1.355040	7.02
6.73	2.118496	1.255395	6.73	7.03	2.238902	1.358495	7.03
6.74	2.122502	1.258813	6.74	7.04	2.242924	1.361951	7.04
6.75	2.126509	1.262232	6.75	7.05	2.246946	1.365408	7.05
6.76	2.130516	1.265653	6.76	7.06	2.250968	1.368866	7.06
6.77	2.134524	1.269075	6.77	7.07	2.254990	1.372326	7.07
6.78	2.138532	1.272499	6.78	7.08	2.259013	1.375786	7.08
6.79	2.142541	1.275924	6.79	7.09	2.263036	1.379247	7.09
6.80	2.146550	1.279350	6.80	7.10	2.267060	1.382710	7.10
6.81	2.150559	1.282777	6.81	7.11	2.271085	1.386175	7.11
6.82	2.154570	1.286206	6.82	7.12	2.275110	1.389640	7.12
6.83	2.158581	1.289636	6.83	7.13	2.279136	1.393106	7.13
6.84	2.162592	1.293067	6.84	7.14	2.283162	1.396573	7.14
6.85	2.166604	1.296500	6.85	7.15	2.287188	1.400042	7.15
6.86	2.170616	1.299934	6.86	7.16	2.291215	1.403512	7.16
6.87	2.174629	1.303368	6.87	7.17	2.295242	1.406983	7.17
6.88	2.178642	1.306804	6.88	7.18	2.299270	1.410455	7.18
6.89	2.182656	1.310241	6.89	7.19	2.303298	1.413928	7.19
6.90	2.186671	1.313680	6.90	7.20	2.307327	1.417403	7.20

7.20 . . 7.50

7.50 . . 7.80

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
7.20	2.307327 ⁴⁰²⁹	1.417403 ³⁴⁷⁵	7.20	7.50	2.428396 ⁴⁰⁴²	1.522156 ³⁵⁰⁸	7.50
7.21	2.311356 ⁴⁰³⁰	1.420878 ³⁴⁷⁷	7.21	7.51	2.432438 ⁴⁰⁴³	1.525664 ³⁵¹⁰	7.51
7.22	2.315386 ⁴⁰³⁰	1.424355 ³⁴⁷⁸	7.22	7.52	2.436481 ⁴⁰⁴³	1.529174 ³⁵¹¹	7.52
7.23	2.319416 ⁴⁰³¹	1.427833 ³⁴⁷⁹	7.23	7.53	2.440524 ⁴⁰⁴³	1.532685 ³⁵¹²	7.53
7.24	2.323447 ⁴⁰³¹	1.431312 ³⁴⁸⁰	7.24	7.54	2.444567 ⁴⁰⁴⁴	1.536197 ³⁵¹³	7.54
7.25	2.327478 ⁴⁰³¹	1.434792 ³⁴⁸¹	7.25	7.55	2.448611 ⁴⁰⁴⁵	1.539710 ³⁵¹⁴	7.55
7.26	2.331509 ⁴⁰³²	1.438273 ³⁴⁸³	7.26	7.56	2.452656 ⁴⁰⁴⁵	1.543224 ³⁵¹⁴	7.56
7.27	2.335541 ⁴⁰³³	1.441756 ³⁴⁸³	7.27	7.57	2.456701 ⁴⁰⁴⁵	1.546738 ³⁵¹⁶	7.57
7.28	2.339574 ⁴⁰³³	1.445239 ³⁴⁸⁵	7.28	7.58	2.460746 ⁴⁰⁴⁶	1.550254 ³⁵¹⁸	7.58
7.29	2.343607 ⁴⁰³³	1.448724 ³⁴⁸⁶	7.29	7.59	2.464792 ⁴⁰⁴⁶	1.553772 ³⁵¹⁸	7.59
7.30	2.347640 ⁴⁰³³	1.452210 ³⁴⁸⁷	7.30	7.60	2.468838 ⁴⁰⁴⁶	1.557290 ³⁵¹⁹	7.60
7.31	2.351673 ⁴⁰³⁴	1.455697 ³⁴⁸⁸	7.31	7.61	2.472884 ⁴⁰⁴⁷	1.560809 ³⁵²⁰	7.61
7.32	2.355707 ⁴⁰³⁵	1.459185 ³⁴⁸⁹	7.32	7.62	2.476931 ⁴⁰⁴⁷	1.564329 ³⁵²⁰	7.62
7.33	2.359742 ⁴⁰³⁵	1.462674 ³⁴⁹⁰	7.33	7.63	2.480978 ⁴⁰⁴⁷	1.567849 ³⁵²²	7.63
7.34	2.363777 ⁴⁰³⁵	1.466164 ³⁴⁹¹	7.34	7.64	2.485025 ⁴⁰⁴⁸	1.571371 ³⁵²³	7.64
7.35	2.367812 ⁴⁰³⁶	1.469655 ³⁴⁹³	7.35	7.65	2.489073 ⁴⁰⁴⁹	1.574894 ³⁵²⁵	7.65
7.36	2.371848 ⁴⁰³⁶	1.473148 ³⁴⁹³	7.36	7.66	2.493122 ⁴⁰⁴⁹	1.578419 ³⁵²⁵	7.66
7.37	2.375884 ⁴⁰³⁷	1.476641 ³⁴⁹⁵	7.37	7.67	2.497171 ⁴⁰⁴⁹	1.581944 ³⁵²⁶	7.67
7.38	2.379921 ⁴⁰³⁷	1.480136 ³⁴⁹⁵	7.38	7.68	2.501220 ⁴⁰⁴⁹	1.585470 ³⁵²⁷	7.68
7.39	2.383958 ⁴⁰³⁸	1.483631 ³⁴⁹⁷	7.39	7.69	2.505269 ⁴⁰⁵⁰	1.588997 ³⁵²⁹	7.69
7.40	2.387996 ⁴⁰³⁸	1.487128 ³⁴⁹⁹	7.40	7.70	2.509319 ⁴⁰⁵¹	1.592526 ³⁵³⁰	7.70
7.41	2.392034 ⁴⁰³⁸	1.490627 ³⁴⁹⁹	7.41	7.71	2.513370 ⁴⁰⁵¹	1.596056 ³⁵³⁰	7.71
7.42	2.396072 ⁴⁰³⁹	1.494126 ³⁴⁹⁹	7.42	7.72	2.517421 ⁴⁰⁵¹	1.599586 ³⁵³¹	7.72
7.43	2.400111 ⁴⁰³⁹	1.497625 ³⁵⁰¹	7.43	7.73	2.521472 ⁴⁰⁵²	1.603117 ³⁵³²	7.73
7.44	2.404150 ⁴⁰⁴⁰	1.501126 ³⁵⁰²	7.44	7.74	2.525524 ⁴⁰⁵²	1.606649 ³⁵³³	7.74
7.45	2.408190 ⁴⁰⁴⁰	1.504628 ³⁵⁰³	7.45	7.75	2.529576 ⁴⁰⁵²	1.610182 ³⁵³⁴	7.75
7.46	2.412230 ⁴⁰⁴¹	1.508131 ³⁵⁰⁵	7.46	7.76	2.533628 ⁴⁰⁵³	1.613716 ³⁵³⁶	7.76
7.47	2.416271 ⁴⁰⁴¹	1.511636 ³⁵⁰⁶	7.47	7.77	2.537681 ⁴⁰⁵³	1.617252 ³⁵³⁷	7.77
7.48	2.420312 ⁴⁰⁴²	1.515142 ³⁵⁰⁶	7.48	7.78	2.541734 ⁴⁰⁵⁴	1.620789 ³⁵³⁷	7.78
7.49	2.424354 ⁴⁰⁴²	1.518648 ³⁵⁰⁸	7.49	7.79	2.545788 ⁴⁰⁵⁴	1.624326 ³⁵³⁷	7.79
7.50	2.428396	1.522156	7.50	7.80	2.549842	1.627863	7.80

7.80 . . 8.10

8.10 . . 8.40

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
7.80	2.549842	1.627863	7.80	8.10	2.671636	1.734458	8.10
7.81	2.553896 ⁴⁰⁵⁴	1.631402 ³⁵³⁹	7.81	8.11	2.675701 ⁴⁰⁶⁵	1.738026 ³⁵⁶⁸	8.11
7.82	2.557951 ⁴⁰⁵⁵	1.634943 ³⁵⁴¹	7.82	8.12	2.679767 ⁴⁰⁶⁶	1.741594 ³⁵⁶⁸	8.12
7.83	2.562006 ⁴⁰⁵⁵	1.638485 ³⁵⁴²	7.83	8.13	2.683833 ⁴⁰⁶⁶	1.745164 ³⁵⁷⁰	8.13
7.84	2.566062 ⁴⁰⁵⁶	1.642027 ³⁵⁴²	7.84	8.14	2.687900 ⁴⁰⁶⁷	1.748734 ³⁵⁷⁰	8.14
7.85	2.570118 ⁴⁰⁵⁶	1.645570 ³⁵⁴³	7.85	8.15	2.691967 ⁴⁰⁶⁷	1.752305 ³⁵⁷¹	8.15
7.86	2.574174 ⁴⁰⁵⁶	1.649113 ³⁵⁴³	7.86	8.16	2.696034 ⁴⁰⁶⁷	1.755878 ³⁵⁷³	8.16
7.87	2.578230 ⁴⁰⁵⁶	1.652658 ³⁵⁴⁵	7.87	8.17	2.700101 ⁴⁰⁶⁷	1.759451 ³⁵⁷³	8.17
7.88	2.582287 ⁴⁰⁵⁷	1.656205 ³⁵⁴⁷	7.88	8.18	2.704169 ⁴⁰⁶⁸	1.763025 ³⁵⁷⁴	8.18
7.89	2.586345 ⁴⁰⁵⁸	1.659752 ³⁵⁴⁷	7.89	8.19	2.708238 ⁴⁰⁶⁹	1.766601 ³⁵⁷⁶	8.19
7.90	2.590403 ⁴⁰⁵⁸	1.663300 ³⁵⁴⁸	7.90	8.20	2.712307 ⁴⁰⁶⁹	1.770177 ³⁵⁷⁶	8.20
7.91	2.594461 ⁴⁰⁵⁸	1.666849 ³⁵⁴⁹	7.91	8.21	2.716376 ⁴⁰⁶⁹	1.773753 ³⁵⁷⁷	8.21
7.92	2.598519 ⁴⁰⁵⁹	1.670398 ³⁵⁴⁹	7.92	8.22	2.720445 ⁴⁰⁶⁹	1.777330 ³⁵⁷⁸	8.22
7.93	2.602578 ⁴⁰⁵⁹	1.673949 ³⁵⁵¹	7.93	8.23	2.724514 ⁴⁰⁶⁹	1.780908 ³⁵⁸⁰	8.23
7.94	2.606637 ⁴⁰⁶⁰	1.677501 ³⁵⁵²	7.94	8.24	2.728584 ⁴⁰⁷⁰	1.784488 ³⁵⁸⁰	8.24
7.95	2.610697 ⁴⁰⁶⁰	1.681054 ³⁵⁵³	7.95	8.25	2.732654 ⁴⁰⁷⁰	1.788068 ³⁵⁸⁰	8.25
7.96	2.614757 ⁴⁰⁶⁰	1.684608 ³⁵⁵⁴	7.96	8.26	2.736725 ⁴⁰⁷¹	1.788068 ³⁵⁸¹	8.26
7.97	2.618817 ⁴⁰⁶⁰	1.688163 ³⁵⁵⁵	7.97	8.27	2.740796 ⁴⁰⁷¹	1.791649 ³⁵⁸³	8.27
7.98	2.622878 ⁴⁰⁶¹	1.691718 ³⁵⁵⁵	7.98	8.28	2.744868 ⁴⁰⁷²	1.795232 ³⁵⁸³	8.28
7.99	2.626939 ⁴⁰⁶¹	1.695274 ³⁵⁵⁶	7.99	8.29	2.748940 ⁴⁰⁷²	1.798815 ³⁵⁸³	8.29
8.00	2.631001 ⁴⁰⁶²	1.698832 ³⁵⁵⁸	8.00	8.30	2.753012 ⁴⁰⁷²	1.802398 ³⁵⁸⁵	8.30
8.01	2.635063 ⁴⁰⁶²	1.702390 ³⁵⁵⁸	8.01	8.31	2.757084 ⁴⁰⁷²	1.805983 ³⁵⁸⁵	8.31
8.02	2.639125 ⁴⁰⁶²	1.705950 ³⁵⁶⁰	8.02	8.32	2.761157 ⁴⁰⁷³	1.809568 ³⁵⁸⁶	8.32
8.03	2.643187 ⁴⁰⁶²	1.709510 ³⁵⁶⁰	8.03	8.33	2.765230 ⁴⁰⁷³	1.813154 ³⁵⁸⁸	8.33
8.04	2.647250 ⁴⁰⁶³	1.713071 ³⁵⁶¹	8.04	8.34	2.769303 ⁴⁰⁷³	1.816742 ³⁵⁸⁹	8.34
8.05	2.651314 ⁴⁰⁶⁴	1.716633 ³⁵⁶²	8.05	8.35	2.773377 ⁴⁰⁷⁴	1.820331 ³⁵⁸⁹	8.35
8.06	2.655378 ⁴⁰⁶⁴	1.720196 ³⁵⁶³	8.06	8.36	2.777451 ⁴⁰⁷⁴	1.823920 ³⁵⁹⁰	8.36
8.07	2.659442 ⁴⁰⁶⁴	1.723760 ³⁵⁶⁴	8.07	8.37	2.781525 ⁴⁰⁷⁴	1.827510 ³⁵⁹⁰	8.37
8.08	2.663506 ⁴⁰⁶⁵	1.727325 ³⁵⁶⁵	8.08	8.38	2.785600 ⁴⁰⁷⁵	1.831100 ³⁵⁹²	8.38
8.09	2.667571 ⁴⁰⁶⁵	1.730891 ³⁵⁶⁶	8.09	8.39	2.789675 ⁴⁰⁷⁵	1.834692 ³⁵⁹³	8.39
8.10	2.671636 ⁴⁰⁶⁵	1.734458 ³⁵⁶⁷	8.10	8.40	2.793751 ⁴⁰⁷⁶	1.838285 ³⁵⁹³	8.40

8.40 . . 8.70

8.70 . . 9.00

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
8.40	2.793751 ₄₀₇₆	1.841878 ₃₅₉₄	8.40	8.70	2.916164 ₄₀₈₆	1.950069 ₃₆₁₉	8.70
8.41	2.797827 ₄₀₇₆	1.845472 ₃₅₉₅	8.41	8.71	2.920250 ₄₀₈₅	1.953688 ₃₆₂₀	8.71
8.42	2.801903 ₄₀₇₆	1.849067 ₃₅₉₆	8.42	8.72	2.924335 ₄₀₈₅	1.957308 ₃₆₂₀	8.72
8.43	2.805979 ₄₀₇₇	1.852663 ₃₅₉₇	8.43	8.73	2.928420 ₄₀₈₆	1.960928 ₃₆₂₁	8.73
8.44	2.810056 ₄₀₇₇	1.856260 ₃₅₉₈	8.44	8.74	2.932506 ₄₀₈₇	1.964549 ₃₆₂₃	8.74
8.45	2.814133 ₄₀₇₇	1.859858 ₃₅₉₈	8.45	8.75	2.936593 ₄₀₈₇	1.968172 ₃₆₂₃	8.75
8.46	2.818210 ₄₀₇₈	1.863456 ₃₆₀₀	8.46	8.76	2.940680 ₄₀₈₇	1.971795 ₃₆₂₄	8.76
8.47	2.822288 ₄₀₇₈	1.867056 ₃₆₀₀	8.47	8.77	2.944767 ₄₀₈₈	1.975419 ₃₆₂₄	8.77
8.48	2.826366 ₄₀₇₉	1.870656 ₃₆₀₁	8.48	8.78	2.948855 ₄₀₈₈	1.979043 ₃₆₂₆	8.78
8.49	2.830445 ₄₀₇₉	1.874257 ₃₆₀₁	8.49	8.79	2.952943 ₄₀₈₈	1.982669 ₃₆₂₆	8.79
8.50	2.834524 ₄₀₇₉	1.877858 ₃₆₀₃	8.50	8.80	2.957031 ₄₀₈₈	1.986295 ₃₆₂₇	8.80
8.51	2.838603 ₄₀₇₉	1.881461 ₃₆₀₄	8.51	8.81	2.961119 ₄₀₈₈	1.989922 ₃₆₂₇	8.81
8.52	2.842682 ₄₀₇₉	1.885065 ₃₆₀₅	8.52	8.82	2.965207 ₄₀₈₉	1.993549 ₃₆₂₉	8.82
8.53	2.846761 ₄₀₈₀	1.888670 ₃₆₀₅	8.53	8.83	2.969296 ₄₀₉₀	1.997178 ₃₆₂₉	8.83
8.54	2.850841 ₄₀₈₀	1.892275 ₃₆₀₅	8.54	8.84	2.973386 ₄₀₉₀	2.000807 ₃₆₃₀	8.84
8.55	2.854921 ₄₀₈₁	1.895880 ₃₆₀₇	8.55	8.85	2.977476 ₄₀₈₉	2.004437 ₃₆₃₁	8.85
8.56	2.859002 ₄₀₈₁	1.899487 ₃₆₀₈	8.56	8.86	2.981565 ₄₀₉₀	2.008068 ₃₆₃₁	8.86
8.57	2.863083 ₄₀₈₁	1.903095 ₃₆₀₈	8.57	8.87	2.985655 ₄₀₉₀	2.011699 ₃₆₃₃	8.87
8.58	2.867164 ₄₀₈₂	1.906703 ₃₆₁₀	8.58	8.88	2.989745 ₄₀₉₁	2.015332 ₃₆₃₃	8.88
8.59	2.871246 ₄₀₈₂	1.910313 ₃₆₁₁	8.59	8.89	2.993836 ₄₀₉₂	2.018965 ₃₆₃₄	8.89
8.60	2.875328 ₄₀₈₂	1.913924 ₃₆₁₁	8.60	8.90	2.997928 ₄₀₉₁	2.022599 ₃₆₃₅	8.90
8.61	2.879410 ₄₀₈₃	1.917535 ₃₆₁₁	8.61	8.91	3.002019 ₄₀₉₂	2.026234 ₃₆₃₆	8.91
8.62	2.883493 ₄₀₈₂	1.921146 ₃₆₁₂	8.62	8.92	3.006111 ₄₀₉₂	2.029870 ₃₆₃₆	8.92
8.63	2.887575 ₄₀₈₃	1.924758 ₃₆₁₃	8.63	8.93	3.010203 ₄₀₉₂	2.033506 ₃₆₃₆	8.93
8.64	2.891658 ₄₀₈₄	1.928371 ₃₆₁₅	8.64	8.94	3.014295 ₄₀₉₂	2.037142 ₃₆₃₇	8.94
8.65	2.895742 ₄₀₈₄	1.931986 ₃₆₁₅	8.65	8.95	3.018387 ₄₀₉₃	2.040779 ₃₆₃₉	8.95
8.66	2.899826 ₄₀₈₄	1.935601 ₃₆₁₆	8.66	8.96	3.022480 ₄₀₉₃	2.044418 ₃₆₃₉	8.96
8.67	2.903910 ₄₀₈₄	1.939217 ₃₆₁₆	8.67	8.97	3.026573 ₄₀₉₃	2.048057 ₃₆₄₀	8.97
8.68	2.907994 ₄₀₈₅	1.942833 ₃₆₁₇	8.68	8.98	3.030666 ₄₀₉₄	2.051697 ₃₆₄₁	8.98
8.69	2.912079 ₄₀₈₅	1.946450 ₃₆₁₉	8.69	8.99	3.034760 ₄₀₉₄	2.055338 ₃₆₄₂	8.99
8.70	2.916164	1.950069	8.70	9.00	3.038854	2.058980	9.00

9.00 . . 9.30

9.30 . . 9.60

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
9.00	3.038854	2.058980	9.00	9.30	3.161801	2.168566	9.30
9.01	3.042947 ⁴⁰⁹³	2.062622 ³⁶⁴²	9.01	9.31	3.165904 ⁴¹⁰³	2.172230 ³⁶⁶⁴	9.31
9.02	3.047041 ⁴⁰⁹⁴	2.066265 ³⁶⁴³	9.02	9.32	3.170007 ⁴¹⁰³	2.175895 ³⁶⁶⁵	9.32
9.03	3.051135 ⁴⁰⁹⁴	2.069909 ³⁶⁴⁴	9.03	9.33	3.174110 ⁴¹⁰³	2.179561 ³⁶⁶⁶	9.33
9.04	3.055230 ⁴⁰⁹⁵	2.073553 ³⁶⁴⁴	9.04	9.34	3.178213 ⁴¹⁰³	2.183227 ³⁶⁶⁶	9.34
9.05	3.059326 ⁴⁰⁹⁶	2.077198 ³⁶⁴⁵	9.05	9.35	3.182316 ⁴¹⁰³	2.186894 ³⁶⁶⁷	9.35
9.06	3.063422 ⁴⁰⁹⁶	2.080844 ³⁶⁴⁶	9.06	9.36	3.186420 ⁴¹⁰⁴	2.190561 ³⁶⁶⁷	9.36
9.07	3.067518 ⁴⁰⁹⁶	2.084491 ³⁶⁴⁷	9.07	9.37	3.190524 ⁴¹⁰⁴	2.194229 ³⁶⁶⁸	9.37
9.08	3.071614 ⁴⁰⁹⁷	2.088139 ³⁶⁴⁸	9.08	9.38	3.194628 ⁴¹⁰⁴	2.197898 ³⁶⁶⁹	9.38
9.09	3.075711 ⁴⁰⁹⁷	2.091787 ³⁶⁴⁸	9.09	9.39	3.198733 ⁴¹⁰⁵	2.201568 ³⁶⁷⁰	9.39
9.10	3.079807 ⁴⁰⁹⁸	2.095435 ³⁶⁵⁰	9.10	9.40	3.202838 ⁴¹⁰⁵	2.205238 ³⁶⁷⁰	9.40
9.11	3.083904 ⁴⁰⁹⁸	2.099085 ³⁶⁵⁰	9.11	9.41	3.206943 ⁴¹⁰⁵	2.208909 ³⁶⁷¹	9.41
9.12	3.088002 ⁴⁰⁹⁸	2.102735 ³⁶⁵²	9.12	9.42	3.211048 ⁴¹⁰⁶	2.212581 ³⁶⁷²	9.42
9.13	3.092100 ⁴⁰⁹⁸	2.106387 ³⁶⁵²	9.13	9.43	3.215154 ⁴¹⁰⁶	2.216253 ³⁶⁷³	9.43
9.14	3.096198 ⁴⁰⁹⁸	2.110029 ³⁶⁵²	9.14	9.44	3.219260 ⁴¹⁰⁶	2.219926 ³⁶⁷⁴	9.44
9.15	3.100296 ⁴⁰⁹⁹	2.113691 ³⁶⁵⁴	9.15	9.45	3.223366 ⁴¹⁰⁶	2.223600 ³⁶⁷⁵	9.45
9.16	3.104395 ⁴⁰⁹⁸	2.117345 ³⁶⁵⁴	9.16	9.46	3.227472 ⁴¹⁰⁷	2.227275 ³⁶⁷⁵	9.46
9.17	3.108493 ⁴⁰⁹⁹	2.120999 ³⁶⁵⁴	9.17	9.47	3.231579 ⁴¹⁰⁷	2.230950 ³⁶⁷⁶	9.47
9.18	3.112592 ⁴⁰⁹⁹	2.124653 ³⁶⁵⁵	9.18	9.48	3.235686 ⁴¹⁰⁷	2.234626 ³⁶⁷⁶	9.48
9.19	3.116691 ⁴⁰⁹⁹	2.128308 ³⁶⁵⁶	9.19	9.49	3.239793 ⁴¹⁰⁷	2.238302 ³⁶⁷⁷	9.49
9.20	3.120790 ⁴¹⁰⁰	2.131964 ³⁶⁵⁸	9.20	9.50	3.243900 ⁴¹⁰⁸	2.241979 ³⁶⁷⁸	9.50
9.21	3.124890 ⁴¹⁰¹	2.135622 ³⁶⁵⁸	9.21	9.51	3.248008 ⁴¹⁰⁸	2.245657 ³⁶⁷⁸	9.51
9.22	3.128991 ⁴¹⁰¹	2.139280 ³⁶⁵⁸	9.22	9.52	3.252116 ⁴¹⁰⁸	2.249335 ³⁶⁸⁰	9.52
9.23	3.133092 ⁴¹⁰⁰	2.142938 ³⁶⁵⁹	9.23	9.53	3.256224 ⁴¹⁰⁹	2.253015 ³⁶⁸⁰	9.53
9.24	3.137192 ⁴¹⁰¹	2.146597 ³⁶⁶⁰	9.24	9.54	3.260333 ⁴¹⁰⁹	2.256695 ³⁶⁸⁰	9.54
9.25	3.141293 ⁴¹⁰¹	2.150257 ³⁶⁶⁰	9.25	9.55	3.264442 ⁴¹⁰⁹	2.260375 ³⁶⁸¹	9.55
9.26	3.145394 ⁴¹⁰¹	2.153917 ³⁶⁶²	9.26	9.56	3.268551 ⁴¹⁰⁹	2.264056 ³⁶⁸²	9.56
9.27	3.149495 ⁴¹⁰²	2.157579 ³⁶⁶²	9.27	9.57	3.272660 ⁴¹⁰⁹	2.267738 ³⁶⁸²	9.57
9.28	3.153597 ⁴¹⁰²	2.161241 ³⁶⁶²	9.28	9.58	3.276769 ⁴¹¹⁰	2.271420 ³⁶⁸⁴	9.58
9.29	3.157699 ⁴¹⁰²	2.164903 ³⁶⁶³	9.29	9.59	3.280879 ⁴¹¹⁰	2.275104 ³⁶⁸⁴	9.59
9.30	3.161801	2.168566	9.30	9.60	3.284989	2.278788	9.60

9.60 . . 9.80

9.80 . . 10.00

x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x	x	$\log L_0(x)$	$\log \frac{1}{x} L_1(x)$	x
9.60	3.284989 ₄₁₁₀	2.278788 ₃₆₈₄	9.60	9.80	3.367241 ₄₁₁₅	2.352602 ₃₆₉₇	9.80
9.61	3.289099 ₄₁₁₁	2.282472 ₃₆₈₅	9.61	9.81	3.371356 ₄₁₁₅	2.356299 ₃₆₉₉	9.81
9.62	3.293210 ₄₁₁₁	2.286157 ₃₆₈₆	9.62	9.82	3.375471 ₄₁₁₆	2.359998 ₃₆₉₉	9.82
9.63	3.297321 ₄₁₁₁	2.289843 ₃₆₈₆	9.63	9.83	3.379587 ₄₁₁₆	2.363697 ₃₆₉₉	9.83
9.64	3.301432 ₄₁₁₁	2.293529 ₃₆₈₈	9.64	9.84	3.383703 ₄₁₁₆	2.367396 ₃₇₀₀	9.84
9.65	3.305543 ₄₁₁₁	2.297217 ₃₆₈₈	9.65	9.85	3.387819 ₄₁₁₆	2.371096 ₃₇₀₁	9.85
9.66	3.309654 ₄₁₁₂	2.300905 ₃₆₈₈	9.66	9.86	3.391935 ₄₁₁₆	2.374797 ₃₇₀₁	9.86
9.67	3.313766 ₄₁₁₂	2.304593 ₃₆₈₉	9.67	9.87	3.396051 ₄₁₁₇	2.378498 ₃₇₀₂	9.87
9.68	3.317878 ₄₁₁₃	2.308282 ₃₆₉₀	9.68	9.88	3.400168 ₄₁₁₇	2.382200 ₃₇₀₃	9.88
9.69	3.321991 ₄₁₁₂	2.311972 ₃₆₉₀	9.69	9.89	3.404285 ₄₁₁₈	2.385903 ₃₇₀₃	9.89
9.70	3.326103 ₄₁₁₂	2.315662 ₃₆₉₂	9.70	9.90	3.408403 ₄₁₁₈	2.389606 ₃₇₀₄	9.90
9.71	3.330215 ₄₁₁₃	2.319354 ₃₆₉₂	9.71	9.91	3.412521 ₄₁₁₈	2.393310 ₃₇₀₄	9.91
9.72	3.334328 ₄₁₁₃	2.323046 ₃₆₉₂	9.72	9.92	3.416639 ₄₁₁₈	2.397014 ₃₇₀₄	9.92
9.73	3.338441 ₄₁₁₃	2.326738 ₃₆₉₃	9.73	9.93	3.420757 ₄₁₁₈	2.400718 ₃₇₀₆	9.93
9.74	3.342554 ₄₁₁₄	2.330431 ₃₆₉₃	9.74	9.94	3.424875 ₄₁₁₈	2.404424 ₃₇₀₇	9.94
9.75	3.346668 ₄₁₁₅	2.334124 ₃₆₉₅	9.75	9.95	3.428993 ₄₁₁₈	2.408131 ₃₇₀₇	9.95
9.76	3.350783 ₄₁₁₄	2.337819 ₃₆₉₅	9.76	9.96	3.433111 ₄₁₁₉	2.411838 ₃₇₀₇	9.96
9.77	3.354897 ₄₁₁₄	2.341514 ₃₆₉₆	9.77	9.97	3.437230 ₄₁₁₉	2.415545 ₃₇₀₈	9.97
9.78	3.359011 ₄₁₁₅	2.345210 ₃₆₉₆	9.78	9.98	3.441349 ₄₁₂₀	2.419253 ₃₇₀₉	9.98
9.79	3.363126 ₄₁₁₅	2.348906 ₃₆₉₆	9.79	9.99	3.445469 ₄₁₂₀	2.422962 ₃₇₁₀	9.99
9.80	3.367241	2.352602	9.80	10.00	3.449589	2.426672	10.00

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	4342.9
2	8685.8
3	13028.7
4	17371.6
5	21714.5
6	26057.4
7	30400.3
8	34743.2
9	39086.1

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		43429		43429	
10.0	1.013291	3.949589	0.961207	3.926672	10.0
10.1	1.013150	3.992958	0.961606	3.970281	10.1
10.2	1.013013	4.036329	0.961996	4.013887	10.2
10.3	1.012878	4.079700	0.962378	4.057489	10.3
10.4	1.012746	4.123073	0.962752	4.101087	10.4
10.5	1.012617	4.166447	0.963119	4.144682	10.5
10.6	1.012491	4.209823	0.963479	4.188274	10.6
10.7	1.012367	4.253199	0.963832	4.231862	10.7
10.8	1.012245 ₊	4.296576	0.964179	4.275448	10.8
10.9	1.012126	4.339954	0.964518	4.319030	10.9
11.0	1.012009	4.383334	0.964851	4.362610	11.0
11.1	1.011895 ₋	4.426714	0.965178	4.406186	11.1
11.2	1.011782	4.470095	0.965499	4.449760	11.2
11.3	1.011672	4.513477	0.965815 ₋	4.493331	11.3
11.4	1.011564	4.556860	0.966124	4.536900	11.4
11.5	1.011457	4.600244	0.966428	4.580466	11.5
11.6	1.011353	4.643629	0.966726	4.624029	11.6
11.7	1.011250	4.687014	0.967019	4.667590	11.7
11.8	1.011150	4.730400	0.967307	4.711149	11.8
11.9	1.011051	4.773787	0.967590	4.754706	11.9
12.0	1.010954	4.817175	0.967868	4.798260	12.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} I_0(x)$	$\log \sqrt{x} I_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} I_1(x)$	$\log \sqrt{x} I_1(x)$	x
12.0	1.010954 ₉₆	4.817175 ⁴³⁴²⁹ _{— 10}	0.967868 ₂₇₄ ⁴	4.798260 ⁴³⁴²⁹ _{+ 123}	12.0
12.1	1.010858 ₉₃	4.860564 _{— 40}	0.968142 ₂₆₉ ⁵	4.841812 _{+ 121}	12.1
12.2	1.010765 ₉₂	4.903953 _{— 39}	0.968411 ₂₆₄ ⁵	4.885362 _{+ 119}	12.2
12.3	1.010673 ₉₁	4.947343 _{— 39}	0.968675 ₂₆₀ ⁺ ₄	4.928910 _{+ 117}	12.3
12.4	1.010582 ₈₉	4.990733 _{— 38}	0.968935 ₂₅₅ ⁰ ₅	4.972456 _{+ 115}	12.4
12.5	1.010493 ₈₈	5.034124 _{— 37}	0.969190 ₂₅₂ ³	5.016000 _{+ 113}	12.5
12.6	1.010405 ₈₆ ⁺	5.077516 _{— 36}	0.969442 ₂₄₇ ⁵	5.059542 _{+ 112}	12.6
12.7	1.010319 ₈₄	5.120909 _{— 36}	0.969689 ₂₄₄ ³	5.103083 _{+ 109}	12.7
12.8	1.010235 ₈₄ [—]	5.164302 _{— 36}	0.969933 ₂₃₉ ⁵	5.146621 _{+ 108}	12.8
12.9	1.010151 ₈₂	5.207695 _{— 35}	0.970172 ₂₃₆ ³	5.190158 _{+ 106}	12.9
13.0	1.010069 ₈₀	5.251089 _{— 34}	0.970408 ₂₃₂ ⁴	5.233693 _{+ 104}	13.0
13.1	1.009989 ₈₀	5.294484 _{— 33}	0.970640 ₂₂₈ ⁴	5.277226 _{+ 102}	13.1
13.2	1.009909 ₇₈	5.337880 _{— 33}	0.970868 ₂₂₅ ³	5.320757 _{+ 101}	13.2
13.3	1.009831 ₇₇	5.381276 _{— 33}	0.971093 ₂₂₁ ⁴	5.364287 _{+ 100}	13.3
13.4	1.009754 ₇₅	5.424672 _{— 32}	0.971314 ₂₁₉ ²	5.407816 _{+ 98}	13.4
13.5	1.009679 ₇₅	5.468069 _{— 32}	0.971533 ₂₁₄ ⁵	5.451343 _{+ 96}	13.5
13.6	1.009604 ₇₃	5.511466 _{— 31}	0.971747 ₂₁₂ ²	5.494868 _{+ 95}	13.6
13.7	1.009531 ₇₂	5.554864 _{— 31}	0.971959 ₂₀₈ ⁴	5.538392 _{+ 94}	13.7
13.8	1.009459 ₇₁	5.598262 _{— 30}	0.972167 ₂₀₅ ³	5.581915 _{+ 92}	13.8
13.9	1.009388 ₇₁	5.641661 _{— 29}	0.972372 ₂₀₃ ²	5.625436 _{+ 91}	13.9
14.0	1.009317 ₆₉	5.685061 _{— 30}	0.972575 ₁₉₉ [—] ₄	5.668956 _{+ 89}	14.0
14.1	1.009248 ₆₈	5.728460 _{— 29}	0.972774 ₁₉₆ ³	5.712474 _{+ 88}	14.1
14.2	1.009180 ₆₇	5.771860 _{— 28}	0.972970 ₁₉₄ ²	5.755991 _{+ 87}	14.2
14.3	1.009113 ₆₆	5.815261 _{— 28}	0.973164 ₁₉₁ ³	5.799507 _{+ 86}	14.3
14.4	1.009047 ₆₅	5.858662 _{— 28}	0.973355 ₁₈₈ ⁰ ₃	5.843022 _{+ 84}	14.4
14.5	1.008982 ₆₄	5.902063 _{— 27}	0.973543 ₁₈₆ ²	5.886535 _{+ 83}	14.5
14.6	1.008918 ₆₃	5.945465 _{— 27}	0.973729 ₁₈₃ ³	5.930047 _{+ 82}	14.6
14.7	1.008855 ₆₃ [—]	5.988867 _{— 26}	0.973912 ₁₈₀ ³	5.973558 _{+ 81}	14.7
14.8	1.008792 ₆₁	6.032270 _{— 26}	0.974092 ₁₇₈ ²	6.017068 _{+ 80}	14.8
14.9	1.008731 ₆₁	6.075673 _{— 26}	0.974270 ₁₇₅ ³	6.060577 _{+ 79}	14.9
15.0	1.008670	6.119076	0.974445 ₊	6.104085	15.0

15.0 . . 18.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
15.0	1.008670 ₆₀	6.119076 ⁴³⁴²⁹ ₋₂₅	0.974445 ₁₇₄ ⁺	6.104085 ⁴³⁴²⁹ ₊₇₇	15.0
15.1	1.008610 ₅₉	6.162480 ₋₂₅	0.974619 ₁₇₀	6.147591 ₊₇₇	15.1
15.2	1.008551 ₅₈	6.205884 ₋₂₅	0.974789 ₁₆₉	6.191097 ₊₇₅	15.2
15.3	1.008493 ₅₇	6.249288 ₋₂₄	0.974958 ₁₆₆	6.234601 ₊₇₅	15.3
15.4	1.008436 ₅₇	6.292693 ₋₂₄	0.975124 ₁₆₄	6.278105 ₊₇₄	15.4
15.5	1.008379 ₅₆	6.336098 ₋₂₃	0.975288 ₁₆₂	6.321608 ₊₇₂	15.5
15.6	1.008323 ₅₅	6.379504 ₋₂₄	0.975450 ₁₆₀	6.365109 ₊₇₂	15.6
15.7	1.008268 ₅₄	6.422909 ₋₂₃	0.975610 ₁₅₈	6.408610 ₊₇₀	15.7
15.8	1.008214 ₅₄	6.466315 ₋₂₂	0.975768 ₁₅₅	6.452109 ₊₇₀	15.8
15.9	1.008160 ₅₃	6.509722 ₋₂₃	0.975923 ₁₅₄	6.495608 ₊₆₉	15.9
16.0	1.008107 ₅₂	6.553128 ₋₂₂	0.976077 ₁₅₂	6.539106 ₊₆₈	16.0
16.1	1.008055 ₅₂	6.596535 ₋₂₂	0.976229 ₁₅₀	6.582603 ₊₆₇	16.1
16.2	1.008003 ₅₁	6.639942 ₋₂₁	0.976379 ₁₄₈	6.626099 ₊₆₆	16.2
16.3	1.007952 ₅₀	6.683350 ₋₂₁	0.976527 ₁₄₆	6.669594 ₊₆₆	16.3
16.4	1.007902 ₅₀	6.726758 ₋₂₁	0.976673 ₁₄₄	6.713089 ₊₆₄	16.4
16.5	1.007852 ₄₉	6.770166 ₋₂₁	0.976817 ₁₄₃	6.756582 ₊₆₄	16.5
16.6	1.007803 ₄₉	6.813574 ₋₂₀	0.976960 ₁₄₁	6.800075 ₊₆₃	16.6
16.7	1.007754 ₄₇	6.856983 ₋₂₁	0.977101 ₁₃₉	6.843567 ₊₆₂	16.7
16.8	1.007707 ₄₈	6.900391 ₋₂₀	0.977240 ₁₃₇	6.887058 ₊₆₂	16.8
16.9	1.007659 ₄₆	6.943800 ₋₁₉	0.977377 ₁₃₆	6.930549 ₊₆₁	16.9
17.0	1.007613 ₄₆	6.987210 ₋₂₀	0.977513 ₁₃₄	6.974039 ₊₆₀	17.0
17.1	1.007567 ₄₆	7.030619 ₋₁₉	0.977647 ₁₃₃	7.017528 ₊₅₉	17.1
17.2	1.007521 ₄₅	7.074029 ₋₁₉	0.977780 ₁₃₁	7.061016 ₊₅₉	17.2
17.3	1.007476 ₄₅	7.117439 ₋₁₉	0.977911 ₁₂₉	7.104504 ₊₅₈	17.3
17.4	1.007431 ₄₄	7.160849 ₋₁₈	0.978040 ₁₂₈	7.147991 ₊₅₇	17.4
17.5	1.007387 ₄₃	7.204260 ₋₁₈	0.978168 ₁₂₆	7.191477 ₊₅₆	17.5
17.6	1.007344 ₄₃	7.247671 ₋₁₈	0.978294 ₁₂₅	7.234962 ₊₅₆	17.6
17.7	1.007301 ₄₂	7.291082 ₋₁₈	0.978419 ₁₂₄	7.278447 ₊₅₆	17.7
17.8	1.007259 ₄₂	7.334493 ₋₁₈	0.978543 ₁₂₂	7.321932 ₊₅₄	17.8
17.9	1.007217 ₄₂	7.377904 ₋₁₇	0.978665 ₁₂₁ ⁺	7.365415 ₊₅₄	17.9
18.0	1.007175 ₊	7.421316	0.978786	7.408898	18.0

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$	$\log \sqrt{x}L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$	$\log \sqrt{x}L_1(x)$	x
18.0	1.007175 ₊ ⁴¹	7.421316 ⁴³⁴²⁹	0.978786 ¹¹⁹	7.408898 ⁴³⁴²⁹	18.0
18.1	1.007134 ₊ ⁴⁰	7.464727 ¹⁸	0.978905 ₊ ¹¹⁸	7.452381 ⁵⁴	18.1
18.2	1.007094 ₊ ⁴⁰	7.508139 ¹⁷	0.979023 ¹¹⁷	7.495863 ⁵³	18.2
18.3	1.007054 ₊ ⁴⁰	7.551552 ¹⁶	0.979140 ¹¹⁶	7.539344 ⁵²	18.3
18.4	1.007014 ₊ ³⁹	7.594964 ¹⁷	0.979256 ¹¹⁴	7.582825 ⁵²	18.4
18.5	1.006975 ₊ ³⁹	7.638377 ¹⁶	0.979370 ¹¹³	7.626305 ⁵¹	18.5
18.6	1.006936 ₊ ³⁸	7.681789 ¹⁷	0.979483 ¹¹¹	7.669784 ⁵⁰	18.6
18.7	1.006898 ₊ ³⁸	7.725202 ¹⁶	0.979594 ¹¹¹	7.713263 ⁵⁰	18.7
18.8	1.006860 ₊ ³⁸	7.768615 ¹⁵	0.979705 ₊ ¹⁰⁹	7.756742 ⁴⁹	18.8
18.9	1.006822 ₊ ³⁷	7.812029 ¹⁶	0.979814 ¹⁰⁸	7.800220 ⁴⁸	18.9
19.0	1.006785 ₊ ³⁶	7.855442 ¹⁵	0.979922 ¹⁰⁷	7.843697 ⁴⁸	19.0
19.1	1.006749 ₊ ³⁷	7.898856 ¹⁶	0.980029 ¹⁰⁶	7.887174 ⁴⁷	19.1
19.2	1.006712 ₊ ³⁵	7.942269 ¹⁵	0.980135 ₊ ¹⁰⁵	7.930650 ⁴⁷	19.2
19.3	1.006677 ₊ ³⁶	7.985683 ¹⁴	0.980240 ¹⁰⁴	7.974126 ⁴⁶	19.3
19.4	1.006641 ₊ ³⁵	8.029098 ¹⁵	0.980344 ¹⁰²	8.017601 ⁴⁶	19.4
19.5	1.006606 ₊ ³⁵	8.072512 ¹⁵	0.980446 ¹⁰²	8.061076 ⁴⁵	19.5
19.6	1.006571 ₊ ³⁴	8.115926 ¹⁴	0.980548 ¹⁰⁰	8.104550 ⁴⁵	19.6
19.7	1.006537 ₊ ³⁴	8.159341 ¹⁴	0.980648 ⁹⁹	8.148024 ⁴⁵	19.7
19.8	1.006503 ₊ ³⁴	8.202756 ¹⁴	0.980747 ⁹⁹	8.191498 ⁴⁴	19.8
19.9	1.006469 ₊ ³³	8.246171 ¹⁴	0.980846 ⁹⁷	8.234971 ⁴³	19.9
20.0	1.006436 ₊ ³³	8.289586 ¹⁴	0.980943 ⁹⁷	8.278443 ⁴³	20.0
20.1	1.006403 ₊ ³³	8.333001 ¹⁴	0.981040 ⁹⁵	8.321915 ⁴³	20.1
20.2	1.006370 ₊ ³²	8.376416 ¹³	0.981135 ₀ ⁹⁴	8.365387 ⁴³	20.2
20.3	1.006338 ₊ ³²	8.419832 ¹⁴	0.981229 ⁹⁴	8.408859 ⁴²	20.3
20.4	1.006306 ₊ ³²	8.463247 ¹³	0.981323 ⁹³	8.452330 ⁴¹	20.4
20.5	1.006274 ₊ ³¹	8.506663 ¹³	0.981416 ⁹¹	8.495800 ⁴¹	20.5
20.6	1.006243 ₊ ³¹	8.550079 ¹³	0.981507 ⁹¹	8.539270 ⁴⁰	20.6
20.7	1.006212 ₊ ³¹	8.593495 ¹³	0.981598 ⁹⁰	8.582739 ⁴¹	20.7
20.8	1.006181 ₊ ³⁰	8.636911 ¹²	0.981688 ⁸⁹	8.626209 ⁴⁰	20.8
20.9	1.006151 ₊ ³¹	8.680328 ¹³	0.981777 ⁸⁸	8.669678 ³⁹	20.9
21.0	1.006120 ₊	8.723744	0.981865 ₊	8.713146	21.0

21.0 . . 24.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
21.0	1.006120 ₂₉	8.723744 ⁴³⁴²⁹ ₋₁₃	0.981865 ₊₈₈	8.713146 ⁴³⁴²⁹ ₊₃₉	21.0
21.1	1.006091 ₃₀	8.767160 ₋₁₂	0.981953 ₈₆	8.756614 ₊₃₉	21.1
21.2	1.006061 ₂₉	8.810577 ₋₁₂	0.982039 ₈₆	8.800082 ₊₃₈	21.2
21.3	1.006032 ₂₉	8.853994 ₋₁₂	0.982125 ₈₅	8.843549 ₊₃₈	21.3
21.4	1.006003 ₂₉	8.897411 ₋₁₂	0.982210 ₈₄	8.887016 ₊₃₈	21.4
21.5	1.005974 ₂₈	8.940828 ₋₁₂	0.982294 ₈₃	8.930483 ₊₃₇	21.5
21.6	1.005946 ₂₉	8.984245 ₋₁₁	0.982377 ₈₂	8.973949 ₊₃₇	21.6
21.7	1.005917 ₂₇	9.027663 ₋₁₂	0.982459 ₈₂	9.017415 ₊₃₆	21.7
21.8	1.005890 ₂₈	9.071080 ₋₁₂	0.982541 ₈₁	9.060880 ₊₃₇	21.8
21.9	1.005862 ₂₅	9.114497 ₋₁₁	0.982622 ₈₀	9.104346 ₊₃₆	21.9
22.0	1.005834 ₂₇	9.157915 ₋₁₁	0.982702 ₈₀	9.147811 ₊₃₅	22.0
22.1	1.005807 ₂₇	9.201333 ₋₁₁	0.982782 ₇₈	9.191275 ₊₃₅	22.1
22.2	1.005780 ₂₆	9.244751 ₋₁₁	0.982860 ₇₈	9.234739 ₊₃₅	22.2
22.3	1.005754 ₂₇	9.288169 ₋₁₁	0.982938 ₇₈	9.278203 ₊₃₅	22.3
22.4	1.005727 ₂₆	9.331587 ₋₁₁	0.983016 ₇₆	9.321667 ₊₃₄	22.4
22.5	1.005701 ₂₆	9.375005 ₋₁₁	0.983092 ₇₆	9.365130 ₊₃₄	22.5
22.6	1.005675 ₊₂₅	9.418423 ₋₁₁	0.983168 ₇₅	9.408593 ₊₃₄	22.6
22.7	1.005650 ₂₆	9.461841 ₋₁₀	0.983243 ₇₅	9.452056 ₊₃₃	22.7
22.8	1.005624 ₂₅	9.505260 ₋₁₀	0.983318 ₇₄	9.495518 ₊₃₃	22.8
22.9	1.005599 ₂₅	9.548679 ₋₁₁	0.983392 ₇₃	9.538980 ₊₃₃	22.9
23.0	1.005574 ₂₅	9.592097 ₋₁₀	0.983465 ₊₇₃	9.582442 ₊₃₃	23.0
23.1	1.005549 ₂₄	9.635516 ₋₁₀	0.983538 ₇₂	9.625904 ₊₃₂	23.1
23.2	1.005525 ₋₂₅	9.678935 ₋₁₀	0.983610 ₇₁	9.669365 ₊₃₂	23.2
23.3	1.005500 ₂₄	9.722354 ₋₁₀	0.983681 ₇₁	9.712826 ₊₃₁	23.3
23.4	1.005476 ₂₄	9.765773 ₋₁₀	0.983752 ₇₀	9.756286 ₊₃₂	23.4
23.5	1.005452 ₂₃	9.809192 ₋₁₀	0.983822 ₆₉	9.799747 ₊₃₁	23.5
23.6	1.005429 ₂₄	9.852611 ₋₁₀	0.983891 ₆₉	9.843207 ₊₃₁	23.6
23.7	1.005405 ₊₂₃	9.896030 ₋₉	0.983960 ₆₉	9.886667 ₊₃₀	23.7
23.8	1.005382 ₂₃	9.939450 ₋₁₀	0.984029 ₆₈	9.930126 ₊₃₁	23.8
23.9	1.005359 ₂₃	9.982869 ₋₉	0.984097 ₆₇	9.973586 ₊₃₀	23.9
24.0	1.005336	10.026289	0.984164	10.017045	24.0

24.0 . . 27.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
24.0	1.005336	10.026289 ⁴³⁴²⁹	0.984164	10.017045 ⁴³⁴²⁹	24.0
24.1	1.005313 ²³	10.069708 ⁻¹⁰	0.984230 ⁶⁶	10.060504 ⁺³⁰	24.1
24.2	1.005291 ²²	10.113128 ⁻⁹	0.984296 ⁶⁶	10.103962 ⁺²⁹	24.2
24.3	1.005268 ²³	10.156548 ⁻⁹	0.984362 ⁶⁶	10.147421 ⁺³⁰	24.3
24.4	1.005246 ²²	10.199968 ⁻⁹	0.984427 ⁶⁵	10.190879 ⁺²⁹	24.4
24.5	1.005224 ²²	10.243388 ⁻⁹	0.984491 ⁶⁴	10.234337 ⁺²⁹	24.5
24.6	1.005203 ²¹	10.286808 ⁻⁹	0.984555 ⁶⁴	10.277794 ⁺²⁸	24.6
24.7	1.005181 ²²	10.330228 ⁻⁹	0.984619 ⁶⁴	10.321252 ⁺²⁹	24.7
24.8	1.005160 ²¹	10.373648 ⁻⁹	0.984682 ⁶³	10.364709 ⁺²⁸	24.8
24.9	1.005139 ²¹	10.417068 ⁻⁹	0.984744 ⁶²	10.408166 ⁺²⁸	24.9
25.0	1.005118 ²¹	10.460489 ⁻⁸	0.984806 ⁶²	10.451623 ⁺²⁸	25.0
25.1	1.005097 ²¹	10.503909 ⁻⁹	0.984867 ⁶¹	10.495079 ⁺²⁷	25.1
25.2	1.005076 ²¹	10.547330 ⁻⁸	0.984928 ⁶¹	10.538535 ⁺²⁷	25.2
25.3	1.005055 ²¹	10.590750 ⁻⁹	0.984988 ⁶⁰	10.581991 ⁺²⁷	25.3
25.4	1.005035 ²⁰	10.634171 ⁻⁸	0.985048 ⁶⁰	10.625447 ⁺²⁷	25.4
25.5	1.005015 ²⁰	10.677592 ⁻⁸	0.985107 ⁵⁹	10.668903 ⁺²⁷	25.5
25.6	1.004995 ²⁰	10.721013 ⁻⁸	0.985166 ⁵⁹	10.712358 ⁺²⁶	25.6
25.7	1.004975 ²⁰	10.764433 ⁻⁹	0.985225 ⁵⁹	10.755814 ⁺²⁷	25.7
25.8	1.004955 ²⁰	10.807854 ⁻⁸	0.985283 ⁵⁸	10.799269 ⁺²⁶	25.8
25.9	1.004936 ¹⁹	10.851275 ⁻⁸	0.985340 ⁵⁷	10.842723 ⁺²⁵	25.9
26.0	1.004916 ²⁰	10.894696 ⁻⁸	0.985397 ⁵⁷	10.886178 ⁺²⁶	26.0
26.1	1.004897 ¹⁹	10.938117 ⁻⁸	0.985454 ⁵⁷	10.929632 ⁺²⁵	26.1
26.2	1.004878 ¹⁹	10.981539 ⁻⁷	0.985510 ⁵⁶	10.973087 ⁺²⁶	26.2
26.3	1.004859 ¹⁹	10.981539 ⁻⁸	0.985566 ⁵⁶	11.016541 ⁺²⁵	26.3
26.4	1.004821 ¹⁹	11.024960 ⁻⁸	0.985621 ⁵⁵	11.059995 ⁺²⁴	26.4
26.5	1.004803 ¹⁸	11.068381 ⁻⁷	0.985676 ⁵⁵	11.103448 ⁺²⁴	26.5
26.6	1.004784 ¹⁹	11.111803 ⁻⁸	0.985731 ⁵⁵	11.146901 ⁺²⁴	26.6
26.7	1.004766 ¹⁸	11.155224 ⁻⁸	0.985785 ⁵⁴	11.190355 ⁺²⁵	26.7
26.8	1.004748 ¹⁸	11.198645 ⁻⁷	0.985839 ⁵⁴	11.233808 ⁺²⁴	26.8
26.9	1.004730 ¹⁸	11.242067 ⁻⁷	0.985892 ⁵³	11.277261 ⁺²⁴	26.9
27.0	1.004730 ¹⁸	11.285489 ⁻⁸	0.985945 ⁵³	11.320714 ⁺²⁴	27.0

27.0 . . 30.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
27.0	1.004730 ¹⁸	11.328910 ^{43429 -7}	0.985945 ^{52 -}	11.320714 ^{43429 +23}	27.0
27.1	1.004712 ¹⁸	11.372332 ⁻⁷	0.985997 ⁵²	11.364166 ⁺²⁴	27.1
27.2	1.004694 ¹⁷	11.415754 ⁻⁷	0.986049 ⁵²	11.407619 ⁺²³	27.2
27.3	1.004677 ¹⁷	11.459176 ⁻⁷	0.986101 ⁵²	11.451071 ⁺²³	27.3
27.4	1.004660 ¹⁸	11.502598 ⁻⁷	0.986153 ⁵¹	11.494523 ⁺²³	27.4
27.5	1.004642 ¹⁷	11.546020 ⁻⁷	0.986204 ⁵⁰	11.537975 ⁺²²	27.5
27.6	1.004625 ¹⁷	11.589442 ⁻⁷	0.986254 ⁵⁰	11.581426 ⁺²³	27.6
27.7	1.004608 ¹⁷	11.632864 ⁻⁷	0.986304 ⁵⁰	11.624878 ⁺²²	27.7
27.8	1.004591 ¹⁷	11.676286 ⁻⁷	0.986354 ⁵⁰	11.668329 ⁺²³	27.8
27.9	1.004574 ¹⁶	11.719708 ⁻⁷	0.986404 ⁴⁹	11.711781 ⁺²²	27.9
28.0	1.004558 ¹⁷	11.763130 ⁻⁶	0.986453 ⁴⁹	11.755232 ⁺²²	28.0
28.1	1.004541 ¹⁷	11.806553 ⁻⁷	0.986502 ⁴⁸	11.798683 ⁺²¹	28.1
28.2	1.004524 ¹⁶	11.849975 ⁻⁷	0.986550 ⁴⁸	11.842133 ⁺²²	28.2
28.3	1.004508 ¹⁶	11.893397 ⁻⁶	0.986598 ⁴⁸	11.885584 ⁺²²	28.3
28.4	1.004492 ¹⁶	11.936820 ⁻⁷	0.986646 ⁴⁷	11.929035 ⁺²¹	28.4
28.5	1.004476 ¹⁶	11.980242 ⁻⁶	0.986693 ⁴⁷	11.972485 ⁺²¹	28.5
28.6	1.004460 ¹⁶	12.023665 ⁻⁷	0.986740 ⁴⁷	12.015935 ⁺²¹	28.6
28.7	1.004444 ¹⁶	12.067087 ⁻⁶	0.986787 ⁴⁶	12.059385 ⁺²¹	28.7
28.8	1.004428 ¹⁵	12.110510 ⁻⁶	0.986833 ⁴⁶	12.102835 ⁺²¹	28.8
28.9	1.004413 ¹⁶	12.153933 ⁻⁷	0.986879 ⁴⁶	12.146285 ⁺²⁰	28.9
29.0	1.004397 ¹⁵	12.197355 ⁻⁶	0.986925 ^{46 +}	12.189734 ⁺²¹	29.0
29.1	1.004382 ¹⁶	12.240778 ⁻⁶	0.986971 ⁴⁵	12.233184 ⁺²⁰	29.1
29.2	1.004366 ¹⁵	12.284201 ⁻⁶	0.987016 ⁴⁵	12.276633 ⁺²⁰	29.2
29.3	1.004351 ¹⁵	12.327624 ⁻⁶	0.987061 ⁴⁴	12.320082 ⁺²⁰	29.3
29.4	1.004336 ¹⁵	12.371047 ⁻⁶	0.987105 ^{44 +}	12.363531 ⁺²⁰	29.4
29.5	1.004321 ¹⁵	12.414470 ⁻⁶	0.987149 ⁴⁴	12.406980 ⁺²⁰	29.5
29.6	1.004306 ¹⁵	12.457893 ⁻⁶	0.987193 ⁴⁴	12.450429 ⁺¹⁹	29.6
29.7	1.004291 ¹⁴	12.501316 ⁻⁶	0.987237 ⁴³	12.493877 ⁺²⁰	29.7
29.8	1.004277 ¹⁵	12.544739 ⁻⁶	0.987280 ⁴³	12.537326 ⁺¹⁹	29.8
29.9	1.004262 ¹⁴	12.588162 ⁻⁶	0.987323 ⁴³	12.580774 ⁺²⁰	29.9
30.0	1.004248	12.631585	0.987366	12.624223	30.0

30.0 . . 33.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
30.0	1.004248	⁴³⁴²⁹ 12.631585	0.987366	⁴³⁴²⁹ 12.624223	30.0
30.1	1.004233 ₁₅	— 5	⁴² 0.987408	+ 19	30.1
30.2	1.004219 ₁₄	— 6	⁴² 0.987450	+ 19	30.2
30.3	1.004205 ₁₄	— 6	⁴² 0.987492	+ 19	30.3
30.4	1.004191 ₁₄	— 6	⁴² 0.987534	+ 18	30.4
30.5	1.004177 ₁₄	— 5	⁴¹ 0.987575 ₊	+ 19	30.5
30.6	1.004163 ₁₄	— 6	⁴¹ 0.987616	+ 18	30.6
30.7	1.004149 ₁₄	— 5	⁴¹ 0.987657	+ 19	30.7
30.8	1.004135 ₊ ¹³	— 6	⁴¹ 0.987698	+ 18	30.8
30.9	1.004122 ₁₄	— 5	⁴⁰ 0.987738	+ 18	30.9
31.0	1.004108 ₁₄	— 6	⁴⁰ 0.987778	+ 18	31.0
31.1	1.004094 ₁₃	— 5	³⁹ 0.987817	+ 18	31.1
31.2	1.004081 ₁₃	— 5	⁴⁰ 0.987857	+ 18	31.2
31.3	1.004068 ₁₃	— 6	³⁹ 0.987896	+ 18	31.3
31.4	1.004055 ₁₃	— 5	³⁹ 0.987935 ₀	+ 17	31.4
31.5	1.004042 ₁₃	— 5	³⁹ 0.987974	+ 18	31.5
31.6	1.004029 ₁₃	— 5	³⁸ 0.988012	+ 17	31.6
31.7	1.004016 ₁₃	— 5	³⁸ 0.988050	+ 17	31.7
31.8	1.004003 ₁₃	— 6	³⁸ 0.988088	+ 17	31.8
31.9	1.003990 ₁₃	— 5	³⁸ 0.988126	+ 17	31.9
32.0	1.003977 ₁₃	— 5	³⁸ 0.988164	+ 17	32.0
32.1	1.003965 ₁₂	— 5	³⁷ 0.988201	+ 17	32.1
32.2	1.003952 ₁₃	— 5	³⁷ 0.988238	+ 17	32.2
32.3	1.003940 ₁₂	— 5	³⁷ 0.988275 _—	+ 16	32.3
32.4	1.003927 ₁₃	— 4	³⁶ 0.988311	+ 17	32.4
32.5	1.003915 ₀ ¹²	— 5	³⁷ 0.988348	+ 16	32.5
32.6	1.003903 ₁₂	— 5	³⁶ 0.988384	+ 17	32.6
32.7	1.003891 ₁₂	— 5	³⁶ 0.988420	+ 16	32.7
32.8	1.003879 ₁₂	— 5	³⁵ 0.988455 ₊	+ 16	32.8
32.9	1.003867 ₁₂	— 5	³⁶ 0.988491	+ 16	32.9
33.0	1.003855 ₁₂	— 4	³⁵ 0.988526	+ 16	33.0
		13.934299		13.927616	

33.0 . . 36.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
33.0	1.003855 ₁₂	13.934299 ⁴³⁴²⁹ ₅	0.988526 ₃₅	13.927616 ⁴³⁴²⁹ ₁₆	33.0
33.1	1.003843 ₁₂	13.977723 ₅	0.988561 ₃₅	13.971061 ₁₅	33.1
33.2	1.003831 ₁₂	14.021147 ₄	0.988596 ₃₁	14.014505 ₁₆	33.2
33.3	1.003819 ₁₁	14.064572 ₅	0.988630 ₃₄	14.057950 ₁₆	33.3
33.4	1.003808 ₁₂	14.107996 ₄	0.988664 ₃₅	14.101395 ₁₅	33.4
33.5	1.003796 ₁₂	14.151421 ₅	0.988699 ₃₄	14.144839 ₁₅	33.5
33.6	1.003784 ₁₁	14.194845 ₄	0.988733 ₃₃	14.188283 ₁₆	33.6
33.7	1.003773 ₁₁	14.238270 ₅	0.988766 ₃₄	14.231728 ₁₅	33.7
33.8	1.003762 ₁₂	14.281694 ₄	0.988800 ₃₃	14.275172 ₁₅	33.8
33.9	1.003750 ₁₁	14.325119 ₅	0.988833 ₃₃	14.318616 ₁₅	33.9
34.0	1.003739 ₁₁	14.368543 ₄	0.988866 ₃₃	14.362060 ₁₅	34.0
34.1	1.003728 ₁₁	14.411968 ₄	0.988899 ₃₃	14.405504 ₁₅	34.1
34.2	1.003717 ₁₁	14.455393 ₅	0.988932 ₃₃	14.448948 ₁₅	34.2
34.3	1.003706 ₁₁	14.498817 ₄	0.988965 ₃₂	14.492392 ₁₄	34.3
34.4	1.003695 ₁₁	14.542242 ₄	0.988997 ₃₂	14.535835 ₁₅	34.4
34.5	1.003684 ₁₁	14.585667 ₅	0.989029 ₃₂	14.579279 ₁₄	34.5
34.6	1.003673 ₁₀	14.629091 ₄	0.989061 ₃₂	14.622722 ₁₅	34.6
34.7	1.003663 ₁₁	14.672516 ₄	0.989093 ₃₂	14.666166 ₁₄	34.7
34.8	1.003652 ₁₁	14.715941 ₄	0.989125 ₃₁	14.709609 ₁₄	34.8
34.9	1.003641 ₁₀	14.759366 ₄	0.989156 ₃₂	14.753052 ₁₄	34.9
35.0	1.003631 ₁₁	14.802791 ₄	0.989188 ₃₁	14.796495 ₁₅	35.0
35.1	1.003620 ₁₀	14.846216 ₄	0.989219 ₃₁	14.839939 ₁₄	35.1
35.2	1.003610 ₁₁	14.889641 ₄	0.989250 ₃₀	14.883382 ₁₄	35.2
35.3	1.003599 ₁₀	14.933066 ₄	0.989280 ₃₁	14.926825 ₁₃	35.3
35.4	1.003589 ₁₀	14.976491 ₄	0.989311 ₃₀	14.970267 ₁₄	35.4
35.5	1.003579 ₁₁	15.019916 ₄	0.989341 ₃₀	15.013710 ₁₄	35.5
35.6	1.003568 ₁₀	15.063341 ₄	0.989371 ₃₀	15.057153 ₁₄	35.6
35.7	1.003558 ₁₀	15.106766 ₄	0.989401 ₃₀	15.100596 ₁₃	35.7
35.8	1.003548 ₁₀	15.150191 ₄	0.989431 ₃₀	15.144038 ₁₄	35.8
35.9	1.003538 ₁₀	15.193616 ₄	0.989461 ₃₀	15.187481 ₁₃	35.9
36.0	1.003528	15.237041	0.989491	15.230923	36.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		43429		43429	
36.0	1.003528	15.237041	0.989491	15.230923	36.0
36.1	1.003518 ¹⁰	15.280466 ⁻⁴	0.989520 ²⁹	15.274365 ⁺¹³	36.1
36.2	1.003508 ¹⁰	15.323891 ⁻⁴	0.989549 ²⁹	15.317808 ⁺¹⁴	36.2
36.3	1.003498 ¹⁰	15.367316 ⁻⁴	0.989578 ²⁹	15.361250 ⁺¹³	36.3
36.4	1.003489 ⁹	15.410742 ⁻³	0.989607 ²⁹	15.404692 ⁺¹³	36.4
36.5	1.003479 ¹⁰	15.454167 ⁻⁴	0.989636 ²⁹	15.448134 ⁺¹³	36.5
36.6	1.003469 ¹⁰	15.497592 ⁻⁴	0.989664 ²⁸	15.491576 ⁺¹³	36.6
36.7	1.003460 ⁹	15.541017 ⁻⁴	0.989693 ²⁹	15.535018 ⁺¹³	36.7
36.8	1.003450 ¹⁰	15.584443 ⁻³	0.989721 ²⁸	15.578460 ⁺¹³	36.8
36.9	1.003441 ⁹	15.627868 ⁻⁴	0.989749 ²⁸	15.621901 ⁺¹²	36.9
37.0	1.003431 ¹⁰	15.671294 ⁻³	0.989777 ²⁸	15.665343 ⁺¹³	37.0
37.1	1.003422 ⁹	15.714719 ⁻⁴	0.989805 ²⁸	15.708785 ⁺¹³	37.1
37.2	1.003413 ⁹	15.758144 ⁻⁴	0.989833 ²⁸	15.752227 ⁺¹³	37.2
37.3	1.003403 ¹⁰	15.801570 ⁻³	0.989860 ²⁷	15.795668 ⁺¹²	37.3
37.4	1.003394 ⁹	15.844995 ⁻⁴	0.989888 ²⁸	15.839110 ⁺¹³	37.4
37.5	1.003385 ⁹	15.888421 ⁻³	0.989888 ²⁷	15.882551 ⁺¹²	37.5
37.6	1.003376 ⁹	15.931846 ⁻⁴	0.989915 ²⁷	15.925593 ⁺¹³	37.6
37.7	1.003376 ⁹	15.975272 ⁻³	0.989942 ²⁷	15.969434 ⁺¹²	37.7
37.8	1.003367 ⁹	16.018697 ⁻⁴	0.989969 ²⁶	16.012875 ⁺¹²	37.8
37.9	1.003358 ⁹	16.062123 ⁻³	0.989995 ²⁷	16.056316 ⁺¹²	37.9
38.0	1.003349 ⁹	16.062123 ⁻⁴	0.990022 ²⁶	16.099757 ⁺¹²	38.0
38.1	1.003340 ⁹	16.105548 ⁻³	0.990048 ²⁷	16.143198 ⁺¹²	38.1
38.2	1.003331 ⁹	16.148974 ⁻⁴	0.990075 ²⁶	16.186639 ⁺¹²	38.2
38.3	1.003322 ⁹	16.192399 ⁻³	0.990101 ²⁶	16.230080 ⁺¹²	38.3
38.4	1.003313 ⁹	16.235825 ⁻³	0.990127 ²⁶	16.273520 ⁺¹¹	38.4
38.5	1.003304 ⁸	16.279251 ⁻⁴	0.990153 ²⁶	16.316961 ⁺¹²	38.5
38.6	1.003296 ⁹	16.322676 ⁻³	0.990179 ²⁵	16.360402 ⁺¹²	38.6
38.7	1.003287 ⁹	16.366102 ⁻³	0.990204 ²⁶	16.403843 ⁺¹²	38.7
38.8	1.003278 ⁸	16.409528 ⁻³	0.990230 ²⁵	16.447283 ⁺¹¹	38.8
38.9	1.003270 ⁹	16.452954 ⁻⁴	0.990255 ²⁶	16.490724 ⁺¹²	38.9
39.0	1.003261 ⁹	16.496379 ⁻³	0.990281 ²⁵	16.534164 ⁺¹¹	39.0
39.0	1.003252	16.539805	0.990306	16.534164	39.0

39.0 . . 42.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
39.0	1.003252	16.539805 ⁴³⁴²⁹	0.990306	16.534164 ⁴³⁴²⁹	39.0
39.1	1.003244 ⁸	16.583231 ⁻³	0.990331 ²⁵	16.577604 ⁺¹¹	39.1
39.2	1.003236 ⁸	16.626657 ⁻³	0.990356 ²⁵	16.621045 ⁺¹²	39.2
39.3	1.003227 ⁹	16.670083 ⁻³	0.990380 ²⁴	16.664485 ⁺¹¹	39.3
39.4	1.003219 ⁸	16.713508 ⁻⁴	0.990405 ²⁵	16.707925 ⁺¹¹	39.4
39.5	1.003211 ⁸	16.756934 ⁻³	0.990429 ²⁴	16.751366 ⁺¹²	39.5
39.6	1.003203 ⁸	16.800360 ⁻³	0.990454 ²⁵	16.794806 ⁺¹¹	39.6
39.7	1.003194 ⁹	16.843786 ⁻³	0.990478 ²⁴	16.838246 ⁺¹¹	39.7
39.8	1.003186 ⁸	16.887212 ⁻³	0.990502 ²⁴	16.881686 ⁺¹¹	39.8
39.9	1.003178 ⁸	16.930638 ⁻³	0.990526 ²⁴	16.925126 ⁺¹¹	39.9
40.0	1.003170 ⁸	16.974064 ⁻³	0.990550 ²⁴	16.968566 ⁺¹¹	40.0
40.1	1.003162 ⁸	17.017490 ⁻³	0.990574 ²⁴	17.012006 ⁺¹¹	40.1
40.2	1.003154 ⁸	17.060916 ⁻³	0.990597 ²³	17.055445 ⁺¹⁰	40.2
40.3	1.003146 ⁸	17.104342 ⁻³	0.990621 ²⁴	17.098885 ⁺¹¹	40.3
40.4	1.003138 ⁸	17.147768 ⁻³	0.990644 ²³	17.142325 ⁺¹¹	40.4
40.5	1.003130 ⁸	17.191194 ⁻³	0.990668 ²⁴	17.185764 ⁺¹⁰	40.5
40.6	1.003123 ⁷	17.234620 ⁻³	0.990691 ²³	17.185764 ⁺¹¹	40.6
40.7	1.003115 ⁸	17.278046 ⁻³	0.990714 ²³	17.229204 ⁺¹¹	40.7
40.8	1.003107 ⁸	17.321472 ⁻³	0.990737 ²³	17.272644 ⁺¹⁰	40.8
40.9	1.003099 ⁸	17.364898 ⁻³	0.990760 ²³	17.316083 ⁺¹¹	40.9
41.0	1.003092 ⁷	17.408324 ⁻³	0.990782 ²²	17.359523 ⁺¹⁰	41.0
41.1	1.003084 ⁸	17.451751 ⁻²	0.990805 ²³	17.402962 ⁺¹⁰	41.1
41.2	1.003076 ⁸	17.495177 ⁻³	0.990827 ²²	17.446401 ⁺¹¹	41.2
41.3	1.003069 ⁷	17.538603 ⁻³	0.990850 ²³	17.489841 ⁺¹⁰	41.3
41.4	1.003061 ⁸	17.582029 ⁻³	0.990872 ²²	17.533280 ⁺¹⁰	41.4
41.5	1.003054 ⁷	17.625455 ⁻³	0.990894 ²²	17.576719 ⁺¹⁰	41.5
41.6	1.003046 ⁸	17.668881 ⁻³	0.990916 ²²	17.620158 ⁺¹¹	41.6
41.7	1.003039 ⁷	17.712308 ⁻²	0.990938 ²²	17.663598 ⁺¹⁰	41.7
41.8	1.003032 ⁷	17.755734 ⁻³	0.990960 ²²	17.707037 ⁺¹⁰	41.8
41.9	1.003024 ⁸	17.799160 ⁻³	0.990982 ²²	17.750476 ⁺¹⁰	41.9
42.0	1.003017 ⁷	17.842587 ⁻²	0.991004 ²²	17.793915 ⁺⁹	42.0

48.0 . . 50.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
48.0	1.002635 ₊ ⁵	20.448188 ⁴³⁴²⁹ ₋₂	0.992136 ₁₆	20.443616 ⁴³⁴²⁹ ₊₈	48.0
48.1	1.002630 ₆	20.491615 ₋₂	0.992152 ₁₇	20.487053 ₊₈	48.1
48.2	1.002624 ₅	20.535042 ₋₂	0.992169 ₁₆	20.530490 ₊₇	48.2
48.3	1.002619 ₆	20.578469 ₋₂	0.992185 ₁₆	20.573926 ₊₈	48.3
48.4	1.002613 ₅	20.621896 ₋₂	0.992201 ₁₆	20.617363 ₊₇	48.4
48.5	1.002608 ₆	20.665323 ₋₁	0.992217 ₁₆	20.660799 ₊₈	48.5
48.6	1.002602 ₅	20.708751 ₋₂	0.992233 ₁₆	20.704236 ₊₇	48.6
48.7	1.002597 ₅	20.752178 ₋₂	0.992249 ₁₆	20.747672 ₊₈	48.7
48.8	1.002592 ₆	20.795605 ₋₂	0.992265 ₁₆ ₊	20.791109 ₊₇	48.8
48.9	1.002586 ₅	20.839032 ₋₂	0.992281 ₁₆	20.834545 ₊₇	48.9
49.0	1.002581 ₅	20.882459 ₋₂	0.992297 ₁₆	20.877981 ₊₈	49.0
49.1	1.002576 ₆	20.925886 ₋₂	0.992313 ₁₆	20.921418 ₊₇	49.1
49.2	1.002570 ₅	20.969313 ₋₂	0.992329 ₁₅	20.964854 ₊₇	49.2
49.3	1.002565 ₅ ₀	21.012740 ₋₁	0.992344 ₁₆	21.008290 ₊₈	49.3
49.4	1.002560 ₅	21.056168 ₋₂	0.992360 ₁₆	21.051727 ₊₇	49.4
49.5	1.002555 ₆ ₋	21.099595 ₋₂	0.992376 ₁₅	21.095163 ₊₇	49.5
49.6	1.002549 ₅	21.143022 ₋₂	0.992391 ₁₅	21.138599 ₊₇	49.6
49.7	1.002544 ₅	21.186449 ₋₂	0.992406 ₁₆	21.182035 ₊₇	49.7
49.8	1.002539 ₅	21.229876 ₋₁	0.992422 ₁₅	21.225471 ₊₈	49.8
49.9	1.002534 ₅	21.273304 ₋₂	0.992437 ₁₅	21.268908 ₊₇	49.9
50.0	1.002529	21.316731	0.992452	21.312344	50.0

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	43429.4
2	86858.8
3	130288.2
4	173717.6
5	217147.0
6	260576.4
7	304005.8
8	347435.2
9	390864.6

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		434294		434294	
50	1.002529	21.316731	0.992452	21.312344	50
51	1.002479	21.751004	0.992601	21.746703	51
52	1.002430	22.185277	0.992744	22.181060	52
53	1.002384	22.619552	0.992882	22.615415	53
54	1.002339	23.053827	0.993015	23.049768	54
55	1.002296	23.488103	0.993143	23.484118	55
56	1.002255	23.922379	0.993266	23.918466	56
57	1.002215	24.356656	0.993384	24.352813	57
58	1.002176	24.790934	0.993499	24.787157	58
59	1.002139	25.225213	0.993610	25.221500	59
60	1.002103	25.659491	0.993717	25.655842	60
61	1.002068	26.093771	0.993820	26.090181	61
62	1.002035	26.528051	0.993921	26.524519	62
63	1.002002	26.962331	0.994018	26.958856	63
64	1.001971	27.396612	0.994112	27.393192	64
65	1.001940	27.830893	0.994203	27.827526	65
66	1.001910	28.265175	0.994291	28.261859	66
67	1.001882	28.699457	0.994377	28.696191	67
68	1.001854	29.133739	0.994460	29.130522	68
69	1.001827	29.568022	0.994540	29.564852	69
70	1.001800	30.002305	0.994619	29.999180	70

8*

1.002034735691

0.993920686764

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} I_0(x)$	$\log \sqrt{x} I_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		434294		434294	
70	1.001800 ₂₅	30.002305 — 11	0.994619 ₇₆	29.999180 + 34	70
71	1.001775 ₂₅	30.436588 — 10	0.994695 ₇₄	30.433508 + 33	71
72	1.001750 ₂₄	30.870872 — 10	0.994769 ₇₂	30.867835 + 32	72
73	1.001726 ₂₄	31.305156 — 10	0.994841 ₇₀	31.302161 + 31	73
74	1.001702 ₂₃	31.739440 — 9	0.994911 ₆₈	31.736486 + 30	74
75	1.001679 ₂₂	32.173725 — 9	0.994979 ₆₆	32.170810 + 29	75
76	1.001657 ₂₂	32.608010 — 9	0.995045 ₆₅	32.605133 + 29	76
77	1.001635 ₂₁	33.042295 — 9	0.995110 ₆₃	33.039456 + 28	77
78	1.001614 ₂₀	33.476580 — 8	0.995173 ₆₁	33.473778 + 27	78
79	1.001594 ₂₀	33.910866 — 9	0.995234 ₆₀	33.908099 + 27	79
80	1.001574 ₂₀	34.345151 — 8	0.995294 ₅₈	34.342420 + 26	80
81	1.001554 ₁₉	34.779437 — 7	0.995352 ₅₇	34.776740 + 25	81
82	1.001535 ₁₉	35.213724 — 8	0.995409 ₅₆	35.211059 + 25	82
83	1.001516 ₁₈	35.648010 — 7	0.995465 ₅₄	35.645378 + 24	83
84	1.001498 ₁₈	36.082297 — 8	0.995519 ₅₃	36.079696 + 24	84
85	1.001480 ₁₇	36.516583 — 7	0.995572 ₅₂	36.514014 + 23	85
86	1.001463 ₁₇	36.950870 — 6	0.995624 ₅₀	36.948331 + 22	86
87	1.001446 ₁₆	37.385158 — 7	0.995674 ₄₉	37.382647 + 22	87
88	1.001430 ₁₆	37.819445 — 7	0.995723 ₄₉	37.816963 + 22	88
89	1.001414 ₁₆	38.253732 — 6	0.995772 ₄₇	38.251279 + 21	89
90	1.001398 ₁₆	38.688020 — 6	0.995819 ₄₆	38.685594 + 20	90
91	1.001382 ₁₅	39.122308 — 6	0.995865 ₄₅	39.119908 + 20	91
92	1.001367 ₁₅	39.556596 — 6	0.995910 ₄₄	39.554222 + 20	92
93	1.001352 ₁₄	39.990884 — 6	0.995954 ₄₃	39.988536 + 19	93
94	1.001338 ₁₄	40.425172 — 6	0.995997 ₄₂	40.422849 + 19	94
95	1.001324 ₁₄	40.859460 — 5	0.996039 ₄₂	40.857162 + 19	95
96	1.001310 ₁₄	41.293749 — 6	0.996081 ₄₀	41.291475 + 18	96
97	1.001296 ₁₃	41.728037 — 5	0.996121 ₄₀	41.725787 + 18	97
98	1.001283 ₁₃	42.162326 — 5	0.996161 ₃₉	42.160099 + 17	98
99	1.001270 ₁₃	42.596615 — 5	0.996200 ₃₈	42.594410 + 17	99
100	1.001257	43.030904	0.996238	43.028721	100

100 130

x	$\mu \frac{1}{2} \pi \sigma H^{-x} L_0(x)$	$\log \mu \cdot \sigma L_0(x)$	$\mu \frac{1}{2} \pi \sigma H^{-x} L_1(x)$	$\log \mu \cdot \sigma L_1(x)$	x
		434294		434294	
100	1.001257	43.030904	0.996238	43.028721	100
101	1.001245	43.465193	0.996275	43.463032	101
102	1.001232	43.899482	0.996312	43.897343	102
103	1.001220	44.333771	0.996348	44.331653	103
104	1.001208	44.768061	0.996383	44.765963	104
105	1.001197	45.202350	0.996418	45.200272	105
106	1.001185	45.636640	0.996452	45.634581	106
107	1.001174	46.070929	0.996485	46.068890	107
108	1.001164	46.505219	0.996518	46.503199	108
109	1.001153	46.939509	0.996550	46.937508	109
110	1.001142	47.373799	0.996581	47.371816	110
111	1.001132	47.808089	0.996612	47.806124	111
112	1.001122	48.242379	0.996642	48.240431	112
113	1.001112	48.676669	0.996672	48.674739	113
114	1.001102	49.110959	0.996701	49.109046	114
115	1.001092	49.545250	0.996730	49.543353	115
116	1.001083	49.979540	0.996758	49.977660	116
117	1.001073	50.413830	0.996786	50.411966	117
118	1.001064	50.848121	0.996813	50.846273	118
119	1.001055	51.282411	0.996840	51.280579	119
120	1.001047	51.716702	0.996867	51.714885	120
121	1.001038	52.150993	0.996893	52.149191	121
122	1.001029	52.585283	0.996918	52.583496	122
123	1.001021	53.019574	0.996943	53.017802	123
124	1.001013	53.453865	0.996968	53.452107	124
125	1.001005	53.888156	0.996992	53.886412	125
126	1.000997	54.322447	0.997016	54.320717	126
127	1.000989	54.756738	0.997040	54.755022	127
128	1.000981	55.191029	0.997063	55.189326	128
129	1.000973	55.625321	0.997086	55.623631	129
130	1.000966	56.059612	0.997108	56.057935	130

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		434294		434294	
130	1.000966 ₈	56.059612 _{—3}	0.997108 ₂₃	56.057935 ₊₁₀	130
131	1.000958 ₇	56.493903 _{—3}	0.997131 ₂₁	56.492239 ₊₁₀	131
132	1.000951 ₇	56.928194 _{—2}	0.997152 ₂₂	56.926543 ₊₁₀	132
133	1.000944 ₇	57.362486 _{—3}	0.997174 ₂₁	57.360847 ₊₁₀	133
134	1.000937 ₇	57.796777 _{—2}	0.997195 ₂₁	57.795151 ₊₉	134
135	1.000930 ₇	58.231069 _{—3}	0.997216 ₂₀	58.229454 ₊₁₀	135
136	1.000923 ₇	58.665360 _{—2}	0.997236 ₂₁	58.663758 ₊₉	136
137	1.000916 ₆	59.099652 _{—3}	0.997257 ₁₉	59.098061 ₊₉	137
138	1.000910 ₇	59.533943 _{—2}	0.997276 ₂₀	59.532364 ₊₉	138
139	1.000903 ₆	59.968235 _{—2}	0.997296 ₁₉	59.966667 ₊₉	139
140	1.000897 ₇	60.402527 _{—3}	0.997315 ₊₁₉	60.400970 ₊₉	140
141	1.000890 ₆	60.836818 _{—2}	0.997334 ₁₉	60.835273 ₊₉	141
142	1.000884 ₆	61.271110 _{—2}	0.997353 ₁₉	61.269576 ₊₈	142
143	1.000878 ₇	61.705402 _{—2}	0.997372 ₁₈	61.703878 ₊₈	143
144	1.000871 ₆	62.139694 _{—2}	0.997390 ₁₈	62.138180 ₊₉	144
145	1.000865 ₊₆	62.573986 _{—3}	0.997408 ₁₈	62.572483 ₊₈	145
146	1.000859 ₅	63.008277 _{—2}	0.997426 ₁₈	63.006785 ₊₈	146
147	1.000854 ₆	63.442569 _{—2}	0.997444 ₁₇	63.441087 ₊₈	147
148	1.000848 ₆	63.876861 _{—2}	0.997461 ₁₇	63.875389 ₊₈	148
149	1.000842 ₆	64.311153 _{—2}	0.997478 ₁₇	64.309691 ₊₈	149
150	1.000836 ₅	64.745445 _{—2}	0.997495 ₁₇	64.743993 ₊₈	150
151	1.000831 ₆	65.179737 _{—1}	0.997512 ₁₆	65.178295 ₊₇	151
152	1.000825 ₊₅	65.614030 _{—2}	0.997528 ₁₆	65.612596 ₊₈	152
153	1.000820 ₅	66.048322 _{—2}	0.997544 ₁₆	66.046898 ₊₇	153
154	1.000815 ₆	66.482614 _{—2}	0.997560 ₁₆	66.481199 ₊₈	154
155	1.000809 ₅	66.916906 _{—2}	0.997576 ₁₅	66.915501 ₊₇	155
156	1.000804 ₅	67.351198 _{—1}	0.997591 ₁₆	67.349802 ₊₇	156
157	1.000799 ₅	67.785491 _{—2}	0.997607 ₁₅	67.784103 ₊₇	157
158	1.000794 ₅	68.219783 _{—2}	0.997622 ₁₅	68.218404 ₊₇	158
159	1.000789 ₅	68.654075 _{—1}	0.997637 ₁₅	68.652705 ₊₇	159
160	1.000784	69.088368	0.997652	69.087006	160

160 . . 190

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		434294		434294	
160	1.000784	69.088368	0.997652	69.087006	160
161	1.000779 ₅	69.522660 ₋₂	0.997666 ₁₄	69.521307 ₊₇	161
162	1.000774 ₅	69.956952 ₋₂	0.997681 ₁₅	69.955608 ₊₇	162
163	1.000770 ₄	70.391245 ₋₁	0.997695 ₁₄	70.389908 ₊₆	163
164	1.000765 ₅	70.825537 ₋₂	0.997709 ₁₄	70.824209 ₊₇	164
165	1.000760 ₅	71.259830 ₋₁	0.997723 ₁₄	71.258510 ₊₇	165
166	1.000756 ₄	71.694122 ₋₂	0.997737 ₁₄	71.692810 ₊₆	166
167	1.000751 ₅	72.128414 ₋₂	0.997750 ₁₃	72.127110 ₊₆	167
168	1.000747 ₅	72.562707 ₋₁	0.997764 ₁₄	72.561411 ₊₇	168
169	1.000742 ₄	72.997000 ₋₁	0.997777 ₁₃	72.995711 ₊₆	169
170	1.000738 ₄	73.431292 ₋₂	0.997790 ₁₃	73.430011 ₊₆	170
171	1.000733 ₅	73.865585 ₋₁	0.997803 ₁₃	73.864311 ₊₆	171
172	1.000729 ₄	74.299877 ₋₂	0.997816 ₁₃	74.298611 ₊₆	172
173	1.000725 ₄	74.734170 ₋₁	0.997828 ₁₂	74.732911 ₊₆	173
174	1.000721 ₄	75.168463 ₋₁	0.997841 ₁₃	75.167211 ₊₆	174
175	1.000717 ₄	75.602755 ₋₂	0.997853 ₁₂	75.601511 ₊₆	175
176	1.000712 ₅	76.037048 ₋₁	0.997866 ₁₃	76.035811 ₊₆	176
177	1.000708 ₄	76.471341 ₋₁	0.997878 ₁₂	76.470111 ₊₅	177
178	1.000704 ₄	76.905634 ₋₂	0.997890 ₁₂	76.904410 ₊₆	178
179	1.000700 ₄	77.339926 ₋₁	0.997901 ₁₁	77.338710 ₊₆	179
180	1.000697 ₃	77.774219 ₋₁	0.997913 ₁₂	77.773010 ₊₆	180
181	1.000693 ₄	78.208512 ₋₁	0.997925 ₁₂	78.207309 ₊₅	181
182	1.000689 ₄	78.642805 ₋₁	0.997936 ₁₁	78.641608 ₊₅	182
183	1.000685 ₄	79.077098 ₋₁	0.997947 ₁₁	79.075908 ₊₆	183
184	1.000682 ₃	79.511391 ₋₁	0.997958 ₁₁	79.510207 ₊₅	184
185	1.000678 ₄	79.945683 ₋₂	0.997970 ₁₂	79.944506 ₊₅	185
186	1.000674 ₄	80.379976 ₋₁	0.997980 ₁₀	80.378806 ₊₆	186
187	1.000670 ₄	80.814269 ₋₁	0.997991 ₁₁	80.813105 ₊₅	187
188	1.000667 ₃	81.248562 ₋₁	0.998002 ₁₁	81.247404 ₊₅	188
189	1.000663 ₄	81.682855 ₋₁	0.998013 ₁₁	81.681703 ₊₅	189
190	1.000660 ₃	82.117148 ₋₁	0.998023 ₁₀	82.116002 ₊₅	190

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} I_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
190	1.000660 ₄	⁴³⁴²⁹⁴ 82.117148 — 1	0.998023 ₁₁	⁴³⁴²⁹⁴ 82.116002 + 5	190
191	1.000656 ₃	82.551441 — 1	0.998034 ₁₀	82.550301 + 5	191
192	1.000653 ₃	82.985734 — 1	0.998044 ₁₀	82.984600 + 5	192
193	1.000650 ₄	83.420027 — 1	0.998054 ₁₀	83.418899 + 5	193
194	1.000646 ₃	83.854320 — 1	0.998064 ₁₀	83.853198 + 5	194
195	1.000643 ₃	84.288613 — 1	0.998074 ₁₀	84.287497 + 4	195
196	1.000640 ₄	84.722906 — 1	0.998084 ₉	84.721795 + 5	196
197	1.000636 ₃	85.157199 — 1	0.998093 ₁₀	85.156094 + 5	197
198	1.000633 ₃	85.591492 — 1	0.998103 ₁₀	85.590393 + 4	198
199	1.000630 ₃	86.025785 — 1	0.998113 ₉	86.024691 + 5	199
200	1.000627	86.460078	0.998122	86.458990	200

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	434294.5
2	868589.0
3	1302883.5
4	1737178.0
5	2171472.5
6	2605767.0
7	3040061.5
8	3474356.0
9	3908650.5

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		4.342945		4.342945	
200	1.000627	86.460078	0.998122	86.458990	200
210	1.000597	90.803010	0.998212	90.801974	210
220	1.000570	95.145943	0.998293	95.144954	220
230	1.000545	99.488877	0.998367	99.487931	230
240	1.000522	103.831812	0.998435	103.830906	240
250	1.000501	108.174748	0.998498	108.173878	250
260	1.000482	112.517684	0.998556	112.516848	260
270	1.000464	116.860622	0.998609	116.859816	270
280	1.000447	121.203559	0.998659	121.202782	280
290	1.000432	125.546497	0.998705	125.545747	290
300	1.000418	129.889436	0.998749	129.888711	300
310	1.000404	134.232375	0.998789	134.231673	310
320	1.000391	138.575314	0.998827	138.574634	320
330	1.000379	142.918254	0.998863	142.917595	330
340	1.000368	147.261194	0.998896	147.260554	340
350	1.000358	151.604134	0.998928	151.603513	350
360	1.000348	155.947074	0.998957	155.946471	360
370	1.000338	160.290015	0.998986	160.289428	370
380	1.000329	164.632956	0.999012	164.632384	380
390	1.000321	168.975897	0.999038	168.975340	390
400	1.000313	173.318839	0.999062	173.318295	400

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		4.342945		4.342945	
400	1.000313 ₈	173.318839 ₋₄	0.999062 ₂₃	173.318295 ₊₁₀	400
410	1.000305 ₊₇	177.661780 ₋₃	0.999085 ₋₂₁	177.661250 ₊₉	410
420	1.000298 ₇	182.004722 ₋₃	0.999106 ₂₁	182.004204 ₊₉	420
430	1.000291 ₇	186.347664 ₋₃	0.999127 ₂₀	186.347158 ₊₈	430
440	1.000284 ₆	190.690606 ₋₃	0.999147 ₁₉	190.690111 ₊₈	440
450	1.000278 ₆	195.033548 ₋₃	0.999166 ₁₈	195.033064 ₊₈	450
460	1.000272 ₆	199.376490 ₋₃	0.999184 ₁₈	199.376017 ₊₈	460
470	1.000266 ₅	203.719432 ₋₂	0.999202 ₁₆	203.718970 ₊₇	470
480	1.000261 ₆	208.062375 ₋₃	0.999218 ₁₆	208.061922 ₊₆	480
490	1.000255 ₊₅	212.405317 ₋₂	0.999234 ₁₅	212.404873 ₊₇	490
500	1.000250 ₅	216.748260 ₋₃	0.999249 ₁₅	216.747825 ₊₆	500
510	1.000245 ₊₄	221.091202 ₋₂	0.999264 ₁₄	221.090776 ₊₆	510
520	1.000241 ₅	225.434145 ₋₂	0.999278 ₁₄	225.433727 ₊₆	520
530	1.000236 ₄	229.777088 ₋₂	0.999292 ₁₃	229.776678 ₊₅	530
540	1.000232 ₄	234.120031 ₋₂	0.999305 ₊₁₃	234.119628 ₊₆	540
550	1.000228 ₅	238.462974 ₋₂	0.999318 ₁₂	238.462579 ₊₅	550
560	1.000223 ₃	242.805917 ₋₂	0.999330 ₁₂	242.805529 ₊₅	560
570	1.000220 ₄	247.148860 ₋₂	0.999342 ₁₁	247.148479 ₊₅	570
580	1.000216 ₄	251.491803 ₋₁	0.999353 ₁₁	251.491429 ₊₄	580
590	1.000212 ₄	255.834747 ₋₂	0.999364 ₁₁	255.834378 ₊₅	590
600	1.000208 ₃	260.177690 ₋₂	0.999375 ₋₁₀	260.177328 ₊₄	600
610	1.000205 ₊₃	264.520633 ₋₂	0.999385 ₋₁₀	264.520277 ₊₄	610
620	1.000202 ₃	268.863576 ₋₁	0.999395 ₋₉	268.863226 ₊₄	620
630	1.000199 ₃	273.206520 ₋₂	0.999404 ₁₀	273.206175 ₊₄	630
640	1.000196 ₃	277.549463 ₋₁	0.999414 ₉	277.549124 ₊₃	640
650	1.000193 ₃	281.892407 ₋₂	0.999423 ₉	281.892072 ₊₄	650
660	1.000190 ₃	286.235350 ₋₁	0.999432 ₈	286.235021 ₊₄	660
670	1.000187 ₃	290.578294 ₋₁	0.999440 ₈	290.577970 ₊₃	670
680	1.000184 ₃	294.921238 ₋₂	0.999448 ₈	294.920918 ₊₃	680
690	1.000181 ₂	299.264181 ₋₁	0.999456 ₈	299.263866 ₊₄	690
700	1.000179	303.607125	0.999464	303.606815	700

700 . . 1000

x	$\sqrt{2\pi}xe^{-x}L_0(x)$	$\log \sqrt{x}L_0(x)$	$\sqrt{2\pi}xe^{-x}L_1(x)$	$\log \sqrt{x}L_1(x)$	x
		4.342945		4.342945	
700	1.000179	303.607125	0.999464	303.606815	700
710	1.000176 ₃	307.950069 ₋₁	0.999472 ₈	307.949763 ₊₃	710
720	1.000174 ₂	312.293012 ₋₂	0.999479 ₇	312.292711 ₊₃	720
730	1.000171 ₃	316.635956 ₋₁	0.999486 ₇	316.635659 ₊₃	730
740	1.000169 ₂	320.978900 ₋₁	0.999493 ₇	320.978606 ₊₃	740
750	1.000167 ₂	325.321844 ₋₁	0.999500 ₆	325.321554 ₊₃	750
760	1.000165 ₋₃	329.664788 ₋₁	0.999506 ₇	329.664502 ₊₂	760
770	1.000162 ₂	334.007732 ₋₁	0.999513 ₆	334.007449 ₊₃	770
780	1.000160 ₂	338.350676 ₋₁	0.999519 ₆	338.350397 ₊₂	780
790	1.000158 ₂	342.693620 ₋₂	0.999525 ₊₆	342.693344 ₊₃	790
800	1.000156 ₂	347.036563 ₋₁	0.999531 ₆	347.036292 ₊₂	800
810	1.000154 ₂	351.379507 ₋₁	0.999537 ₅	351.379239 ₊₂	810
820	1.000152 ₁	355.722451 ₋₁	0.999542 ₆	355.722186 ₊₃	820
830	1.000151 ₂	360.065395 ₋₁	0.999548 ₅	360.065134 ₊₂	830
840	1.000149 ₂	364.408339 ₀	0.999553 ₆	364.408081 ₊₂	840
850	1.000147 ₁	368.751284 ₋₁	0.999559 ₅	368.751028 ₊₂	850
860	1.000146 ₂	373.094228 ₋₁	0.999564 ₅	373.093975 ₊₂	860
870	1.000144 ₂	377.437172 ₋₁	0.999569 ₅	377.436922 ₊₂	870
880	1.000142 ₁	381.780116 ₋₁	0.999574 ₄	381.779869 ₊₂	880
890	1.000141 ₂	386.123060 ₋₁	0.999578 ₅	386.122816 ₊₂	890
900	1.000139 ₁	390.466004 ₋₁	0.999583 ₅	390.465763 ₊₂	900
910	1.000138 ₂	394.808948 ₋₁	0.999588 ₄	394.808710 ₊₁	910
920	1.000136 ₁	399.151892 ₀	0.999592 ₅	399.151656 ₊₂	920
930	1.000135 ₋₂	403.494837 ₋₁	0.999597 ₄	403.494603 ₊₂	930
940	1.000133 ₁	407.837781 ₋₁	0.999601 ₄	407.837550 ₊₁	940
950	1.000132 ₂	412.180725 ₋₁	0.999605 ₊₄	412.180496 ₊₂	950
960	1.000130 ₁	416.523669 ₋₁	0.999609 ₄	416.523443 ₊₂	960
970	1.000129 ₁	420.866613 ₀	0.999613 ₄	420.866390 ₊₁	970
980	1.000128 ₂	425.209558 ₋₁	0.999617 ₄	425.209336 ₊₁	980
990	1.000126 ₁	429.552502 ₋₁	0.999621 ₄	429.552282 ₊₂	990
1000	1.000125 ₊	433.895446	0.999625 ₋	433.895229	1000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	4342944.8
2	8685889.6
3	13028834.4
4	17371779.2
5	21714724.0
6	26057668.8
7	30400613.6
8	34743558.4
9	39086503.2

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		43.429448		43.429448	
1000	1.000125 ₊ ¹¹	433.895446	0.999625 ₋ ³⁴	433.895229	1000
1100	1.000114 ₊ ¹⁰	477.324889	0.999659 ₋ ²⁸	477.324692	1100
1200	1.000104 ₊ ⁸	520.754333	0.999687 ₋ ²⁴	520.754152	1200
1300	1.000096 ₊ ⁷	564.183778	0.999711 ₋ ²¹	564.183611	1300
1400	1.000089 ₊ ⁶	607.613223	0.999732 ₋ ¹⁸	607.613068	1400
1500	1.000083 ₊ ⁵	651.042669	0.999750 ₋ ¹⁶	651.042524	1500
1600	1.000078 ₊ ⁴	694.472115	0.999766 ₋ ¹³	694.471979	1600
1700	1.000074 ₊ ⁵	737.901561	0.999779 ₋ ¹³	737.901433	1700
1800	1.000069 ₊ ³	781.331008	0.999792 ₋ ¹¹	781.330887	1800
1900	1.000066 ₊ ³	824.760454	0.999803 ₋ ⁹	824.760340	1900
2000	1.000063 ₊ ³	868.189901	0.999812 ₋ ⁹	868.189792	2000
2100	1.000060 ₊ ³	911.619348	0.999821 ₋ ⁸	911.619244	2100
2200	1.000057 ₊ ³	955.048795	0.999829 ₋ ⁸	955.048696	2200
2300	1.000054 ₊ ²	998.478242	0.999837 ₋ ⁷	998.478148	2300
2400	1.000052 ₊ ²	1041.907689	0.999844 ₋ ⁶	1041.907599	2400
2500	1.000050 ₊ ²	1085.337136	0.999850 ₋ ⁶	1085.337050	2500
2600	1.000048 ₊ ²	1128.766584	0.999856 ₋ ⁵	1128.766500	2600
2700	1.000046 ₊ ¹	1172.196031	0.999861 ₋ ⁵	1172.195951	2700
2800	1.000045 ₋ ²	1215.625479	0.999866 ₋ ⁵	1215.625401	2800
2900	1.000043 ₊ ¹	1259.054926	0.999871 ₋ ⁴	1259.054851	2900
3000	1.000042	1302.484374	0.999875 ₀	1302.484301	3000

3000 . . 5000

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		43.429448		43.429448	
3000	1.000042 ₂	1302.484374 ₋₁	0.999875 ₀	1302.484301 ₊₂	3000
3100	1.000040 ₁	1345.913821 ₀	0.999879 ₄	1345.913751 ₊₂	3100
3200	1.000039 ₁	1389.343269 ₀	0.999883 ₃	1389.343201 ₊₂	3200
3300	1.000038 ₁	1432.772717 ₋₁	0.999886 ₄	1432.772651 ₊₂	3300
3400	1.000037 ₁	1476.202164 ₀	0.999890 ₃	1476.202101 ₊₁	3400
3500	1.000036 ₁	1519.631612 ₀	0.999893 ₃	1519.631550 ₊₂	3500
3600	1.000035 ₋₁	1563.061060 ₀	0.999896 ₃	1563.061000 ₊₁	3600
3700	1.000034 ₁	1606.490508 ₀	0.999899 ₂	1606.490449 ₊₁	3700
3800	1.000033 ₁	1649.919956 ₋₁	0.999901 ₃	1649.919898 ₊₂	3800
3900	1.000032 ₁	1693.349403 ₀	0.999904 ₂	1693.349348 ₊₁	3900
4000	1.000031 ₁	1736.778851 ₀	0.999906 ₂	1736.778797 ₊₁	4000
4100	1.000030 ₀	1780.208299 ₀	0.999908 ₃	1780.208246 ₊₁	4100
4200	1.000030 ₁	1823.637747 ₀	0.999911 ₂	1823.637695 ₊₁	4200
4300	1.000029 ₁	1867.067195 ₀	0.999913 ₂	1867.067144 ₊₁	4300
4400	1.000028 ₀	1910.496643 ₀	0.999915 ₋₂	1910.496593 ₊₁	4400
4500	1.000028 ₁	1953.926091 ₀	0.999917 ₁	1953.926042 ₊₁	4500
4600	1.000027 ₀	1997.355539 ₋₁	0.999918 ₂	1997.355491 ₊₁	4600
4700	1.000027 ₁	2040.784986 ₀	0.999920 ₂	2040.784940 ₊₁	4700
4800	1.000026 ₀	2084.214434 ₀	0.999922 ₁	2084.214389 ₊₁	4800
4900	1.000026 ₁	2127.643882 ₀	0.999923 ₂	2127.643838 ₊₁	4900
5000	1.000025 ₀	2171.073330	0.999925 ₀	2171.073287	5000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	43429448.2
2	86858896.4
3	130288344.6
4	173717792.8
5	217147241.0
6	260576689.2
7	304006137.4
8	347435585.6
9	390865033.8

x	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_0(x)$	$\log \sqrt{x}L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x}e^{-x}L_1(x)$	$\log \sqrt{x}L_1(x)$	x
		434.294482		434.294482	
5 000	1.000025 ₀	2171.073330	0.999925 ₀	2171.073287	5 000
6 000	1.000021 ₄	2605.367810	0.999937 ₁₂	2605.367774	6 000
7 000	1.000018 ₃	3039.662291	0.999946 ₉	3039.662260	7 000
8 000	1.000016 ₂	3473.956772	0.999953 ₇	3473.956745	8 000
9 000	1.000014 ₂	3908.251253	0.999958 ₅	3908.251229	9 000
10 000	1.000012 ₂	4342.545734	0.999962 ₄	4342.545713	10 000
11 000	1.000011 ₁	4776.840216	0.999966 ₄	4776.840196	11 000
12 000	1.000010 ₁	5211.134697	0.999969 ₃	5211.134679	12 000
13 000	1.000010 ₀	5645.429179	0.999971 ₂	5645.429162	13 000
14 000	1.000009 ₁	6079.723661	0.999973 ₂	6079.723645	14 000
15 000	1.000008 ₁	6514.018142	0.999975 ₂	6514.018128	15 000
16 000	1.000008 ₀	6948.312624	0.999977 ₂	6948.312610	16 000
17 000	1.000007 ₁	7382.607106	0.999978 ₁	7382.607093	17 000
18 000	1.000007 ₀	7816.901587	0.999979 ₁	7816.901575	18 000
19 000	1.000007 ₀	8251.196069	0.999980 ₁	8251.196058	19 000
20 000	1.000006 ₁	8685.490551	0.999981 ₁	8685.490540	20 000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	434294481.9
2	868588963.8
3	1302883445.7
4	1737177927.6
5	2171472409.5
6	2605766891.4
7	3040061373.3
8	3474355855.2
9	3908650337.1

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		4342.944819		4342.944819	
20 000	1.000006	8685.490551	0.999981	8685.490540	20 000
30 000	1.000004	13028.435369	0.999987	13028.435362	30 000
40 000	1.000003	17371.380187	0.999991	17371.380182	40 000
50 000	1.000003	21714.325006	0.999992	21714.325002	50 000
60 000	1.000002	26057.269825	0.999994	26057.269821	60 000
70 000	1.000002	30400.214644	0.999995	30400.214641	70 000
80 000	1.000002	34743.159463	0.999995	34743.159460	80 000
90 000	1.000001	39086.104282	0.999996	39086.104279	90 000
100 000	1.000001	43429.049101	0.999996	43429.049099	100 000
110 000	1.000001	47771.993920	0.999997	47771.993918	110 000
120 000	1.000001	52114.938739	0.999997	52114.938737	120 000
130 000	1.000001	56457.883558	0.999997	56457.883556	130 000
140 000	1.000001	60800.828377	0.999997	60800.828375	140 000
150 000	1.000001	65143.773196	0.999998	65143.773194	150 000
160 000	1.000001	69486.718015	0.999998	69486.718014	160 000
170 000	1.000001	73829.662834	0.999998	73829.662833	170 000
180 000	1.000001	78172.607653	0.999998	78172.607652	180 000
190 000	1.000001	82515.552472	0.999998	82515.552471	190 000
200 000	1.000001	86858.497291	0.999998	86858.497290	200 000

Für den konstanten Teil der Differenzen:

1	4342944819.0
2	8685889638.0
3	13028834457.0
4	17371779276.0
5	21714724095.0
6	26057668914.0
7	30400613733.0
8	34743558552.0
9	39086503371.0

x	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x)$	$\log \sqrt{x} L_0(x)$	$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x)$	$\log \sqrt{x} L_1(x)$	x
		43429.448190		43429.448190	
200000	1.000001 ¹	86858.497291 ⁰	0.999998 ¹	86858.497290 ⁰	200000
300000	1.000000 ⁰	130287.945481 ⁰	0.999999 ¹	130287.945480 ⁰	300000
400000	1.000000 ⁰	173717.393671 ⁺¹	0.999999 ⁰	173717.393671 ⁺¹	400000
500000	1.000000 ⁰	217146.841862 ⁰	0.999999 ⁰	217146.841861 ⁰	500000
600000	1.000000 ⁰	260576.290052 ⁰	0.999999 ⁰	260576.290052 ⁺¹	600000
700000	1.000000 ⁰	304005.738242 ⁰	0.999999 ⁰	304005.738242 ⁰	700000
800000	1.000000 ⁰	347435.186433 ⁺¹	1.000000 ¹	347435.186432 ⁰	800000
900000	1.000000 ⁰	390864.634623 ⁰	1.000000 ⁰	390864.634623 ⁺¹	900000
1000000	1.000000 ⁰	434294.082813 ⁰	1.000000 ⁰	434294.082813 ⁰	1000000

Von hier ab ist:

$$\sqrt{2\pi x} e^{-x} L_0(x) = \sqrt{2\pi x} e^{-x} L_1(x) = 1.000000$$

$$\log \sqrt{x} L_0(x) = \log \sqrt{x} L_1(x) = x \cdot \log e + 9.600910 - 10$$

wobei:

$1 \cdot \log e = 0.434 \ 294 \ 481 \ 903 \ 251 \ 827 \ 65$	$6 \cdot \log e = 2.605 \ 766 \ 891 \ 419 \ 510 \ 965 \ 91$
$2 \cdot \log e = 0.868 \ 588 \ 963 \ 806 \ 503 \ 655 \ 30$	$7 \cdot \log e = 3.040 \ 061 \ 373 \ 322 \ 762 \ 793 \ 56$
$3 \cdot \log e = 1.302 \ 883 \ 445 \ 709 \ 755 \ 482 \ 95$	$8 \cdot \log e = 3.474 \ 355 \ 855 \ 226 \ 014 \ 621 \ 21$
$4 \cdot \log e = 1.737 \ 177 \ 927 \ 613 \ 007 \ 310 \ 60$	$9 \cdot \log e = 3.908 \ 650 \ 337 \ 129 \ 266 \ 448 \ 86$
$5 \cdot \log e = 2.171 \ 472 \ 409 \ 516 \ 259 \ 138 \ 26$	

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY
BERKELEY

Return to desk from which borrowed.
This book is DUE on the last date stamped below.

<p>Jan 2 '53</p> <p>29 Apr '50 C</p> <p>6 Nov '56</p> <p>SEP 21 1953 LU</p> <p>17 Jan '56 C</p> <p>5 Dec '56 NV</p> <p>Ret'd G</p> <p>Engin 7/5/57</p>		
--	--	--

LD 21-100m-9,'47(A5702s16)476

